رشدي راشد

في تاريخ العلوم

دراسات فلسفيّة

تعريب الأستاذ

حاتم الزغل

وزارة الثقافة والمحافظة على التراث

المجمع التونسي للعلوم والآداب والفنون

«بيت الحكمة»

جامعة تونس

كرسي اليونسكو للفلسفة

رشدي راشد

في تاريخ العلوم

دراسات فلسفيّة

تعريب الأستاذ

حاتم الزغل

جامعة تونس

كرسي اليونسكو للفلسفة

وزارة الثقافة والمحافظة على التراث

المجمع التونسي للعلوم والآداب والفنون

«بيت الحكمة»

في تاريخ العلوم: دراسات فلسفية / تأليف رشدي راشد، تعريب حاتم الزغل - تونس: المجمع التونسي للعلوم والآداب والفنون «بيت الحكمة» وكرسي اليونسكو للفلسفة 2005 (تونس: مطبعة سوجيم)
268 ص، 24 سم - مسفّر.
ر.د.م.ك.: 3-022-49-9973

يسعدنا أن نتوجّه بالشكر إلى الذين ساهموا في إعداد هذا الكتاب: مروان بن ميلاد، حاتم الزغل، مقداد عرفة منسية وصالح مصباح.

سحب من هذا الكتاب 1000 نسخة في طبعته الأولى

إلى الأستاذ الجليل
الدكتور رشدي راشد
تحيّة لأعماله الرّائدة في خدمة
العلم والمعرفة العربيّة والإسلاميّة

د. عبد الوهّاب بوحديبة
رئيس المجمع التونسي
«بيت الحكمة»

د. فتحي التريكي
صاحب كرسي اليونسكو
للفلسفة

تصديـــر

جمعنا في هذا الكتاب ثلاث دراسات كتبها الأستاذ الدكتور رشدي راشد بالفرنسيّة وتولّينا نقلها إلى العربيّة. وهي مبادرة يعود الفضل فيها إلى أصدقائه في المجمع التونسي للعلوم والآداب والفنون «بيت الحكمة» وفي كرسيّ الفلسفة التابع لليونسكو بالجامعة التونسيّة، وقد كان لهم شرف العمل معه في مناسبات عديدة. وبالإضافة إلى هذه الدراسات، أدرجنا نصّ الحديث الذي أجري معه وإحصاء شاملا لأعماله.

تتعلّق الدراسة الأولى بتاريخ العلوم بين الفلسفة والتاريخ، وهي بمثابة بيان فلسفيّ ومنهجيّ. وقد يعجب القارئ لتعدّد الحالات التاريخيّة المدروسة، وقد يسترعي انتباهه الاتّجاه العامّ للمبادئ أو للنتائج المعروضة. وفي الواقع توجد جميع الإحالات داخل أعمال رشدي راشد وتعتبر الحالات المدروسة قاعدة وأساسا إستقرائيّا لنتائجه أو دليلا على خصوبة فرضيّاته ومبادئه. وتعدّ هذه الدّراسة، في حدّ ذاتها، مدخلا عامّا ومعمّقا لكافّة أعمال رشدي راشد، إذ تكشف عن مدى إتّساعها وعمّا امتازت به من دقّة وصرامة. وهي أيضا «ترجمة ذاتيّة عقلانيّة» للفيلسوف، مؤرّخ العلوم، لأنّ لحظات بحوثه التاريخيّة كانت في نفس الوقت مراحل لتنسّكه الفلسفي.

أمّا الدراسة الثانية فهي ترتكز على فلسفة الرياضيّات في الفترة الإسلاميّة «الكلاسيكيّة»، وفيها يقدّم الباحث عدّة نماذج من المبادلات التي قامت بين العلوم الرياضيّة والتفكير الفلسفيّ وتأثير بعضها على بعض، ويبرز كيف تبنّى الفلاسفة التمشّي الخاصّ بالرياضيّين الذين طوّروا، من جهتهم، الرياضيّات تطويرا تجاوز الرياضيّات وشملها في آن واحد، كما طوّروا منطقا مستقلاً عن الأنطولوجيا وفلسفة العلوم الأرسطيّتين.

وتتناول الدراسة الثالثة موضوع الاحتمال الشرطي والسببيّة، مركّزة على حالة خاصّة من التشكّل المفهوميّ داخل الرياضيّات، وهي حالة نموذجيّة ذات فائدة تاريخيّة عامّة، إذ يتعلّق الأمر -في صلب تفكير الرياضيّين- بموضوع ومصطلح فلسفيّين ينتميان إلى السببيّة التي هي فعلا في قلب الاحتمال.

ولقد أردنا أن يكون هذا الكتاب تكريما لرشدي راشد وفرصة لإطلاع القارئ التونسيّ والعربيّ عموما على جانب من أعماله، اقتناعا منّا بأنّه يفضّل أن تكون أعماله هي التي تعرّف به مباشرة وبلا وساطة. وبالتوازي مع إصدار هذه الدراسات، سوف ينتظم ملتقى يخصّص لتاريخ العلوم والفلسفة العربيّة وتكون فيه جميع المداخلات مهداة إليه.

عبد الوهّاب بوحديبة

رئيس المجمع التونسي «بيت الحكمة»

تاريخ العلوم
فيما بين الإبستيمولوجيا والتاريخ

أي فرع من فروع المعرفة يكون تاريخ العلوم؟ هذا الفرع الذي ظل ينتسب، طوال وجوده منذ بدايته كنشاط مستقل في القرن الثامن عشر، إلى الإبستيمولوجيا والتاريخ معا؟ فلو فكرنا في أعمال كـنـدرسـاي (Condorcet) سواء فـي **المخـطـط الإجـمـالـي** (Esquisse) أو فـي **التقريضات الأكاديمية** (Eloges académiques) أو فكرنا في أوغست كونت (Auguste Comte) وفي الدور الذي يوليه إلى تاريخ العلوم في «**دروس الفلسفة الوضعـيـة**» (Cours de philosophie positive)، وإذا اقتربنا أكثر من زماننا الحاضر ذاكـرين على سبيـل المـثال ج. نيدام (J. Needham)، فإننا نطرح السؤال نفسه : هل يمثل تاريخ العـلـوم فرعا معرفيا بالحقيقة وما هي بالتحديد منزلته بين الإبستيمـولـوجـيـا والتاريخ؟

أما الجزء الأول من السؤال (هل هو فعلا اختصاص مـعـرفـي؟) فينحلّ بسرعة. إن تاريخ العلوم كما يتبادر اليوم في كتابات المنتسبين إليه لا يمثل فنا مختصا، بل ميدان نشاط. إذ ينقصه مبدأ التوحّد الذي قد يمنحه القدرة والوسائل الكفيلة بتمييزه عن طريق الإقصاء : إن أي مجال للنشاط لا يقصى، بل هو يتوسع تـوسّعا غير محـدّد وبواسطة

إضافات متواترة، إنه عنوان يشار إليه بمجرد التسمية وليس فنّا مختصّا بحدّ إجرائي. لذلك تتجاور في تاريخ العلوم المذاهب المختلفة وتتعارض انطلاقا من توجهات وثوقية يقصي بعضها بعضا أو انطلاقا من مبادىء معلنة. فيرى البعض، وهم غالبية، أن تاريخ العلوم هو تاريخ للأفكار بالمعنى الجاري للعبارة أي تاريخ للعقليات. في حين يرى البعض الآخر، وهم أكثر صرامة وفطنة، أن تاريخ العلوم هو تاريخ المفاهيم العلمية، تاريخ تكوّنها وتطوّرها وتعديلها. ويرى آخرون، وهم مؤرخون في أصل تكوينهم، أنه لا يبالى بالمفاهيم وبطبيعتها الخاصة، بل أن تاريخ العلوم قد يكون تاريخ إنتاج ثقافي على غرار تاريخ الرّسم أو تاريخ الأديان. ولنذكر أيضا أولئك الذين يجعلون منه ضربا من علم النفس الاجتماعي للعاملين في مجال العلم، وكذلك الذين يجعلون منه علم اجتماع ميداني على النحو الذي تطوّر فيه علم الاجتماع إثر الحرب العالمية الثانية بالولايات المتحدة على وجه الخصوص، أي علم اجتماع للجماعات والمخابر والمؤسسات. لم يكتمل هذا الثبت بعد، فهذا التنوّع يتزايد تزايدا لا تقتضيه ضرورة داخلية للبحث في تاريخ العلوم، بل بتأثير توريد متواتر لرؤى ولمناهج العلوم الاجتماعية ومظاهر التزيّن بالحداثة المتعاقبة فيها.

يبدو هذا التكاثر وكأنه هروب إلى الأمام قد يغني عن البحث في الجزء الثاني من السؤال : ما هو موقع تاريخ العلوم فيما بين الإبستيمولوجيا والتاريخ؟ إلاّ أن هذا السؤال إن تركناه في الخفاء، يجبرنا ـ شئنا أم كرهنا ـ على الإفصاح عن موضوع تاريخ العلوم. الصعوبة كلها، وهي ذات بال، تمثل في التعبير عن الشيء الذي

يؤرخ له بدون التحيّز إلى اختيار اعتباطي وبدون تسليط منهجية معينة، تجريبية كانت أو متعالية (Transcendantale). لذلك، وتجنبا لهذه الصعوبات، يبدو لي من الأنسب أن ننطلق «من الأشياء نفسها» كما يقال، أي من الأعمال العلمية ومن السنن التي تندرج ضمنها.

يسلّم لنا بدون عناء أن كل عمل علمي ينتمي إلى سنة واحدة على الأقل وفي كثير من الحالات إلى سنن عديدة ـ معروفة كانت أو غير معروفة ـ يتحدّد معناه بالإضافة إليها. يعني هذا أن الإبداعات الفردية تبقى غير مفهومة ـ مهما بدت ثورية ـ إن لم يقع إدراجها داخل السنن التي شهدت ولادتها. وإذا كان المقصود بـ«العمل العلمي» نتيجة مقرّرة وفقا لمعايير الحجة الدقيقة ومثبتة في نص أو محققة في موضوع أو أداة ما، فإننا نعطي مؤقتا لعبارة «السنة» المعنى العام والعادي الذي يمتاز بعدم عزل العمل العلمي عن الجماعة التي ينتسب إليها العالم الذي بادر بتصوره. فلنبدأ باعتبار معنى السنة هذا.

يسلّم مؤرخو العلوم عن طواعية، ومهما كانت ولاءاتهم المذهبية، أن إعادة تشكيل السنن العلمية هي واحدة من مهماتهم الجوهرية. إلا أن مسالكهم نحو هذا الغرض مختلفة ومتشعبّة. وفعلا، فإن جزءا هاما من الجدل الدائر حول المنهجية في تاريخ العلوم يحيل إلى هذا التنوّع في تصوّرات السنة وطبيعتها. ويبدو المشروع لأول وهلة سهلا ويكاد يكون فوريا : أليست السنن معطاة بادية في الأسماء والعناوين والمؤسسات وفي شبكات تكفل تبادل المعلومات والأشخاص بين أقطاب ومراكز وبين مواقع وصيغ التعليم. تبدو السنن وكأنها يمكن التعرف عليها مباشرة : إذ يحدّث عن سنة نظرية الأعداد الإقليدسيّة، وعن سنة الفازان (Wasan) الياباني، وعن سنة المدرسة الجبرية الايطالية

في القرن 16، وعن الفيزياء الكوانطية الإنقليزية في العشرينـات، أو عن الرياضيات البورباكية (Mathématiques bourbakistes) . لا شك أن هنالك بعض الحالات الاستثنائية، لكنها تؤكد القاعدة أعني مثلا السنة ـ أو السنن ـ الإسكندرانية التي تبلغ نهايتها في أعمال ديوفنطس والتي نجهل مع ذلك كل شيء عنها. كيف لا يغترّ المؤرخ بوصف هذه الظواهر إذ هي بادية التميّز، أي الأشخاص والعناوين والمؤسسات؟ وتطغى فعلا هذه النزعة على قسم هام من المدوّنات التاريخية التي تقدّم نفسها بتسميات مختلفة : تاريخ الأفكار، التاريخ الاجتماعي للعلوم، الخ...

غير أنه يصعب على المرء حصر حكم السنة وتقريره إن لم يكتف بمجرّد الوصف المادي. فكيف يمكنه عزل السنة الواحدة وكيف يعيّن لها بداية ونهاية، وكيف يرسم حدودها بدون إجراء قطيعة تعسفية في جملة التاريخ الحيّ ذي الحركية اللامحدّدة؟ وماذا يمكن لوحدة السنة أن تؤسسّه إذا كانت هذه السنّة تتطوّر بمرور الزمن؟ ثم، لم تنشأ السنّة ولم تنتهي؟ وإلى أي نظام يخضع وجودها؟

يبدو أنه لا توجد أجوبة قبلية لهذه الأسئلة.

مع ذلك، فإن المؤرخ لا يكون عند مجرد الوصف إلا في بداية عنائه. فما أن يشرع في عملية إعادة تشكيل السنة العلمية حتى يتبدّد وهمه : تتلاشى السهولة البادية ويتجلى عجز المعطيات المادية ـ من أسماء وعناوين إلخ على رسم حدود السنّة مع السيطرة على تشعباتها. لنحاول توضيح ذلك بوصف المراحل التي ترسم عملا ما في تاريخ العلوم. يتعين على المؤرخ في مرحلة أولى أن يقدم العمل العملي ـ قانون رياضي، نتيجة فيزئاية، رصد فلكي أو تجربة بيوكيمائية إلخ...

ـ في وجوده المادي : يجب عليه أن يفحص الرسوم، والنقائش، والبرديات والنصوص المخطوطة منها والمطبوعة، ويجب عليه أن يكرر التجارب ويعيد تشكيل الأشياء إذا اقتضى الأمر، تساهم كل هذه الاجراءات في إعادة بناء السنة النصيّة أولا ثم السنة التقنية. . . ، ويعبارة مجملة في إعادة بناء السنة «الشيئية». ومع أن هذا البحث لا يستقل تماما وفي العديد من الحالات عن مضمون العمل العلمي نفسه، فإنه يتطلب خبرات مختلفة عن المعرفة العلمية، تلك الخبرات التي تنتسب إلى تخصصات تاريخة مختلفة كالحفريات، وعلم النصوص القديمة (Codicologie) وطبقات العلماء وفقه اللغة وتاريخ التقنيات الخ. . .

إن هذا المستوى من التحليل ضروري، لكنه غير كاف إذ تبقى إعادة البناء هذه بعيدة عن استنفاذ العمل العلمي ولا تطلعنا إلاّ على أصالته النصيّة والتقنية، وكذلك على شبكات المسالك التي ينتقل عبرها والسياق الاجتماعي الذي صمّم وركّب داخله. كل هذه العناصر هامة بلا شك. لكنها لا توضّح لنا موقع العمل العلمي داخل العلم الذي ينتمي إليه. والأخطر من ذلك أننا نبقى في هذه المرحلة غير قادرين على إدراك التباينات التي قد تطبع عمل العالم الواحد. ترسيخا لهذه الملاحظات، لنعتبر على سبيل المثال عمل فرما (Fermat) في نظرية الاعداد. فقد أعاد كل من ب. تانري (P. Tannery) وش. هنري (Ch. Henry) تركيب السنّة النصيّة لهذا العمل وكذلك شبكات التبادل التي انعقدت حوله، ويوسع المرء تدقيق البحوث حول ظرفها الاجتماعي وتكثيفها. لكن موقع فرما داخل الأرتميطيقا لم يحدّد بعد. هل هو عمل من قبيل جبري ينتسب إلى سنة فيات (Viète) في نظرية الأعداد

مثلا؟ هل هو عمل قد تنزّل لاحقا في الهندسة الجبرية كما يؤكد أ. فايل (A. Weil)؟ أم هو مجرّد نظرية حسابية أولى؟ لقد سبق أن توصّلت إلى بيان أن أعمال فرما ليست من متن واحد إذ كان يشقها ـ حوالي سنة 1640 ـ خط تصدّع بين جزئين. فهنالك جزء من أعمال فرما ينتمي فعلا إلى سنة الجبريين، في حين يندرج جزء آخر داخل التحليل الديوفنطي الصحيح(*). يقتضي فهم فرما لنظرية الأعداد تصوّرين للرياضيات لا تصوّرا واحدا، أي سنتين مفهوميتين ترجع الأولى إلى الجبريين مرورا بباشاي دي ميزيرياك (Bachet de Mezeriac). أما السنّة الثانية، فإنها تجدّد ـ على أعقاب أعمال الرياضيين مثل الخازن التي تناولها من جديد فيبوناشي (Fibonacci) في كتابه Liber Quadratorum ـ نظرية الأعداد بفضل أول اختراع لطريقة أرتميطيقية في البرهان هي طريقة «النزول اللامتناهي». فإذا رمنا تحديد الموقع التاريخي لعمل فرما في نظرية الاعداد فإننا مضطرون إلى الانتقال إلى مستوى آخر للتحليل وأن نلتزم هذه المرّة بإعادة تشكيل السنة المفهومية. إن مثال فرما بعيد عن أن يكون شاذا، بل يبدو الأكثر شيوعا، سيما في ما يخص العلماء الذين استطاعوا تغيير مجرى العلم الذي يمارسونه. فلنقتصر على ذكر بعض الأمثلة القديمة من العلم الفرنسي : ديكارت (Descartes) وتمييزه الخصب داخل الهندسة الجبرية بين «المنحنيات الهندسية» و«المنحنيات الميكانيكية»، وكذلك أنبار (Ampère) في الفيزياء لمّا عدل عن تفسير الكهرمغناطسية بالإعتماد على المغنطيسية مفضلا النهج المعاكس، لنذكر أيضا فرانال (Fresnel) لما دافع على ضرورة الارتجاجات المستعرضة أي المتعامدة مع الشعاع، مخالفا في

(*) الذي يتعامل مع الأعداد الصحيحة.

ذلك التصوّر السائد. لا يحق لمؤرخ العلوم باعتباره مؤرخا أن يستغني عن إعادة بناء السنّة أو السنن المفهومية، أي عن هذا العمل الإبستيمولوجي.

تتصدّى هذه المسيرة عوائق أخرى تجد منشأها في جدلية قائمة بين كثرة متنامية وبين استقرار أساسي. هناك نتيجة عامة تفرض نفسها بعد دراسة العديد من السنن. وهي أنه لا يمكن تفسير عمل علمي ذي بال في حدود سنّة مفهومية واحدة حتى لو كانت تلك السنّة هي التي كان فيها لذلك العمل أكبر إسهام. ومن جهة أخرى فإن السنّة المفهومية التي تعدّ ذات قيمة هي التي تتميّز بضرب من الاستقرار مهما تنوّع المؤلفون ومهما تنوّعت إسهاماتهم فيها. تبدو مسيرة السنّة المفهومية خاضعة لضرورتين فيهما مفارقة قليلة. فهنالك ضرورة استنفاذ كل الإمكانات المنطقية التي يتيحها نمط معيّن ومقرّر من العقلانية من ناحية، ثم هناك ضرورة إصلاح تلك العقلانية ووسائلها قصد استيعاب ظواهر جديدة لا يمكن فهمها في نطاق تلك العقلانية وبتلك الوسائل. لتمثيل ذلك يكفينا التمعّن في السنّة الأرخميدية في رياضيات لامتناهي الصغر أو في السنّة الإقليديسية في نظرية المتوازيات إلخ... ولكن إضافة إلى هذه العوائق، فإنه يجب اعتبار مسألة «الأسلوب» العلمي الذي يميّز سنّة ما ويختم هويتها خلف الكثرة وبعيدا عن تنوّع الصيغ والتغييرات التي تحدّد شكلها. إن هذا الأسلوب لا يعكس العقلانية المهيمنة فحسب، بل يعكس أيضا إجراءات العرض الخطابية من حيث اللغة المعتمدة وأدوات الترميز والرسوم الخطية إلخ... وتكمن الصعوبة كلها في عزل هذا «الأسلوب» الذي يمثل مهمة يتوقف عليها إمكان وضع العمل العلمي - فرديا كان أو جماعيا

ـ في سياقه ، ومن ثمّ التعبير عن معناه. يبدو أنه لا يمكن تجنب هذا التمشي الفينومينولوجي لمن يروم تولية السنة المفهومية في دورها الترتيبي إذ به يقع إجلاء ترابط الأعمال الناسجة لها.

تبدو عباراتا «السنة الشيئية» ـ التي تكون السنة النصية جزءا منها ـ و«السنّة المفهومية» ترجمات ملموسة لمسألة موقع تاريخ العلوم فيما بين التاريخ الاجتماعي والإبستيمولوجيا. فباعتباره عنصرا من سنة «شيئية» يكون الإنجاز العلمي إنتاجا ماديا وثقافيا، أي إنتاجا لأناس معينين في مكان وزمان محدّدين . ويتعيّن على المؤرخ البحث عن الشروط الاجتماعية والمادية لهذا الإنتاج وفقا لما يكون ماركس (Marx) قد نصح به. لكن من وجهة اعتباره جزءا من السنّة المفهومية، فإن الإنجاز العلمي يتطلب أيضا تحليلا لبنيته المفهومية من شأنه أن يجلّي معناه، بحيث يمكّن معناه هذا من تحديد فكرة السنّة ذاتها : إن هذه الصياغة الجديدة للسؤال الذي طرحناه قد تنقص بعض الشيء من ثرائه، لكنها في المقابل تجنبنا عقبتين. فهي تجنبنا تقليص تاريخ العلوم إلى تحليل إبستيمولوجي محض ـ وهو ما يحدث لعديد الباحثين البارزين المعاصرين ـ أو إلى فلسفة للتاريخ على غرار فلسفة أوغست كونت. أما العقبة الثانية، فتتمثل في خطر التباس تاريخ العلوم بتاريخ أي مجال ثقافي اتفق وهو التباس شائع بين المؤرخين. لكن الصعوبة تبقى برمتها إن لم نحدّد بمزيد من الدقة معنى السنّة المفهومية التي ينتمي إليها إنجاز علمي ما. هل يفهم هذا السؤال الأخير بنفس المعنى بالنسبة إلى كل الاختصاصات العلمية وهل ينتمي الإنجاز العملي إلى سنة مفهومية واحدة أم إلى سنن كثيرة؟ هذه الأسئلة وغيرها تطرح نفسها فوريا وتؤدينا حتما إلى التساؤل عن معنى الإنجاز العلمي هذا وعمّا يميّزه عن سائر الإنتاجات الاجتماعية للإنجازات الثقافية؟

ليس بالنادر أن يجيب الفيلسوف على هذا السؤال بالرجوع إلى تصوّر ما لليقين والحجّة. لنترك هذا السبيل الذي قد يبدو وثوقيا وإن كان في الحقيقة تامّ المشروعية. كذلك، كثيرا ما يستنجد المؤرخ برأي العالم الذي يعنى به لتحديد الملامح المميّزة لعمل علمي ما. فربّما يجيب تاريخيا على سؤاله الإبستيمي، في حين أن الجواب الذي تسلمه من العالم لا يكون إلاّ إيديولوجيا. أخيرا، قد يواجه مؤرخ العلوم المتمعن هذا السؤال بتقديم ضربين من التمييز : تاريخي وإبستيمي. يفصل التمييز الأول بين نحوين من المعرفة، فيحدّ العمل العلمي بأن يميّزه عن عمل ينتمي إلى ما قبل العلم. أمّا التمييز الثاني وهو أقل قوّة، فيتمثل في عزل صيغ عديدة للعمل العلمي الواحد ويساعد على فهم تلك المسيرة التراكمية الضرورية والكلية كما يساعد على فهم السمات الخاصة بالعلم. المثال المفضل والعادي للتمييز الأول هو مثال غاليلي (Galilée) في الميكانيكا. أمّا التمييز الثاني، فيكفي التذكير بالأمثلة الكثيرة التي تشخصه : لوباغ (Lebesgue) في نظرية التكامل وكلموغروف (Kolmogrov) في نظرية الإحتمالات، إلخ... من الواضح أن هذين التمييزين يرميان على السواء إلى تفسير ظهور الصيغ الجديدة للأعمال العلمية، إلاّ أن التمييز الأوّل يبدو «إبداعيا» ويعني بالصيغ الأولية على الإطلاق، في حين أن التمييز الثاني «تطوّري» إذ يتناول بالبحث الصيغ الجديدة انطلاقا من الصيغ القديمة. لنتمعن في التمييز الأوّل إذ هو بالغ الأهمية بالنسبة إلى ما نحن بصدده.

يتبادر التمييز بين ما قبل العلمي والعلمي كما لو كان تمييزا قطعيا يخضع له تاريخ العلوم بكليته. ويفهم هذا التقابل دائما بمعنى تاريخي

ومنطقي معا. أي أن ما قبل العلمي يسبق دائما منطقيا وتاريخيا ما هو علمي. وبمقتضى هذا التصوّر يزعم أن القطيعة الحاسمة بينهما قد تمّت جوهريا في القرن 17. فهذا التقابل من شأنه أن يمكّن من تمييز العمل العلمي عن كل عمل آخر يدّعي البحث في نفس الموضوع. لا يتأخر المتمعن عن قرب عن إسناد جانب من الصحة إلى هذا التمييز وإن كانت العلاقات بين ما قبل العلمي والعلمي أكثر تنوّعا وتعقيدا على الصعيدين المنطقي والتاريخي. لنبدأ بعزل الرياضيات من هذا التقابل الإقصائي. السبب في ذلك عرضي إذ لم يبلغنا أي شيء ممّا هو «قبل رياضي» بل إن العناصر التي هي من هذا القبيل أي التي هي من طبيعة قبل رياضية تنتمي بذاتها إلى الرياضيات : اللامنقسمات، الإعتبارات المتعلقة بمعنى النهاية في القرن 18، النظريات الموضوعية والذاتية في الإحتمال والتي سبقت النظرية الأكسيومية، إلخ. . . أما في الاختصاصات العلمية الأخرى فإن عبارة «ما قبل العلمي» تبدو مشتملة على الأقل على أربعة أنحاء مختلفة من المعرفة : ينعت بهذه العبارة وعلى السواء كل من فيزياء أرسطو ونظريات القرن 18 في التعاقد والداروينية الاجتماعية للقرن الموالي والفيزياء الاجتماعية لكتلاي (Quetelet)، وعلم المناظر لإقليدس (Euclide) ونظرية الحدّية لجوفنس (Jevons) أو فلراس (Walras) أو باريتو (Pareto)، وكذلك النموذج البالستي لترتاليا (Tartaglia) ونظرية «الإنسان الناخب» (Homo suffragens) لكندرساي، ونظرية «الإنسان البرنولي» (Homo bernoullien) عند علماء الاقتصاد.

تكشف هذه الأمثلة بوضوح تام أن لعبارة «ما قبل العلمي» أحكاما متنوعة إذ لا يمكن ولا يجوز أن يلتبس أمر الحقائق المشار إليها بهذه

العبارة فتدرج تحت عنوان واحد. فإذا نعتت فيزياء أرسطو ونظرية التعاقد الاجتماعي بما قبل العلمية فبمعنى أن كليهما نظرية تخصّ خبرة معيشة ـ خبرة حركة النقلة أو خبرة الاقتراع في مجلس ما ـ ويعتقد أنها نسقية ومنسجمة. أما الداروينية الاجتماعية والفيزياء الاجتماعية، فينعتان بقبل العلمية بمعنى أن كليهما يمثل علما ألحق بميدان مغاير لميدانه الأصلي. وتنعت مناظر إقليدس والإسهامات الحدية (في الاقتصاد) بما قبل العلمية بمعنى المعرفة «الخالصة» الناتجة عن تطبيق نوعا ما مباشر للرياضيات على نظريات تخصّ الخبرة المعيشة : خبرة الإيصار المباشر وخبرة توزيع الخيرات. أخيرا تنعت بما قبل العلمية نماذج ترتاليا في البالستية وكندرساي في العلوم الاجتماعية أو فون نيومان (Von Newman) في الإقتصاد باعتبارها تطبيقات غير مباشرة للرياضيات على نظرية في التجربة المعيشة بحيث يكون هذا التطبيق معتمدا على مقايسة مع اختصاص ثالث ذي ترييض فعلي أو مزعوم.

يتضح أن المعارف ما قبل العلمية ليست متعدّدة فحسب، بل أن جلّها مرتبط بعلوم أخرى لها موضوعات مغايرة لموضوعاتها. يلزم من ذلك نتيجتان : الأولى هي ضرورة اختلاف معايير الإنجاز العلمي عن كل معايير هذه الأعمال قبل العلمية. أمّا النتيجة الثانية، فتتمثل في تصدّع معنى السنّة على صعيدي نظام التزامن ونظام التعاقب. لنبدأ بفحص مسألة المعايير إذ تمنع هذه المعايير من تناول موضوع العلم لا كموضوع ما قبل العلم فحسب، بل كموضوع أي انتاج ثقافي آخر. لقد رأينا أن المعرفة ما قبل العلمية ترتبط دوما بخبرة معيشة وبالتالي بخبرة خاصة، ومع ذلك فإنه ينبغي أن لا نسيء فهم

هذا الارتباط. فالنظرية أو الفلسفة إذا كانت مبلورة فإنها لا تقتصر على التعبير عن مضمون التجربة بطريقة مباشرة ولا تجري تطابقا عنيفا بين مفهوم وحدث أو بين حكم ومعطى ما، بل التطابق الذي تجريه هو بين حكم وحكم آخر أي بين نسبتين للمفاهيم، وبهذا الاعتبار يمكن القول إن معطيات الخبرة المعيشة تخضع لتوسّط توجد أدواته دائما عند أصحاب هذه النظريات في عمل التنسيق اللغوي وضبط المفردات المعجمية.

يعني هذا أن معطيات الخبرة المعيشة لا تمثّل إلاّ نقطة انطلاق وأن اخضاعها إلى التوسّط ضروري لإنشاء النظرية. لنذكّر في هذا الصدد بأن النظرية الأرسطية في الحركة لا تتكوّن بتاتا من قضايا ترتبط مباشرة بالتجربة الحسيّة لحركة النقلة، بل تتكوّن من القضايا التي تخصّ تطابق «فعل ما هو بالقوة من حيث كذلك» مع القضايا المتعلقة «بالطبائع المحدّدة» وبالنظام الكسمولوجي، كذلك هو شأن نظرية ج. ج. روسو (J.J. Rousseau) في العقد الاجتماعي. هذه النظرية لا تخص الخبرة المعيشة لعملية الاقتراع، بل تربط تصوّرا ما للعقد الاجتماعي بتصوّر للاقتراع من حيث هو تعبير عن الإرادة العامة. بفضل هذا التوسّط والتعالي الذي يضمنه بالنسبة إلى المعطيات (أي معطيات الخبرة المعيشة)، يمكن إدراج معيار الاتساق، ذلك الاتساق الصارم كما ينشده الفيلسوف وهو اتساق يحيل في آن واحد إلى المتانة المنطقية وإلى النجاعة الهندسية.

يجب أن نضيف إلى هذا التوسّط وإلى هذا البحث عن المتانة المنطقية والإحكام الهندسي معيارا آخرا بمراعاته تستطيع نظرية الخبرة المعيشة إحراز تقدّم. يتمثل هذا المعيار في التعديلات المتتالية

التي تهدف إلى استنفاذ معطيات خبرة ما خاصة واستيعابها في عرض مطّرد الاتساق. لنذكر على سبيل المثال التعديلات التي أدخلها القائلون بالاعتماد على المذهب الأرسطي في الحركة. وباختصار، فإن الوساطة والتعالي والمتانة المنطقية والفعل الهندسي والتطوّر عن طريق التعديلات المتتالية، كل هذه تمثل معايير المعرفة الناتجة عن فينومينولوجيات تهدف إلى احتواء أحداث ما ـ كما هو شأن نظرية أرسطو أو ج.ج. روسو ـ أو المعرفة الناتجة عن استيلاء على فينومينولوجيا أعدّت في البداية لمجال مغاير لهذا المجال مثل ما هو شأن الفيزياء أو الداروينية الاجتماعيتين.

هناك نموذج أوّل لتطبيق الرياضيات على نظرية الخبرة المعيشة يتمثل في اعتزام استبدال مباشر وتام لمعانيها بالعلاقات الرياضيات مثل ما يقع في علم المناظر عند إقليدس أو في حدّية فلراس. والرياضيات في هذه الحالة لا تعدو كونها لغة.

أما النموذج الثاني لتطبيق الرياضيات فإنه يخضع عملية الاستبدال لوساطة علم ثالث هو تحت سيطرة للرياضيات فعلية أو مزعومة. فيعمد إلى إجراء مقايسات بين العلمين كوسيلة لترييض نظرية الخبرة ذاتها. وهذه الطريقة هي طريقة النماذج.

المعارف ما قبل العلمية هي إذن متعدّدة، وهي أيضا متفاوتة القيمة. فمع أنها تنطلق كلّها من نظرية ما في الخبرة المعيشة، ومع كونها تخضع إلى المعايير نفسها التي سبق عرضها، فإن أهدافها مختلفة وكذلك قدراتها التفسيرية ودرجة رقابتها لتركيبها اللغوي ولتقنيتها. لذلك، لا يمكن أن تكون لهذه المعارف نفس النسب إلى العلم المقبل. صحيح أن العلم المقبل إنّما يتكون في تضاد وبقطيعة معها

وهذا ما قيل مرارا. لكن القطيعة لا يكون لها في كل الحالات نفس المدى. فمع أن القطيعة مع نظرية الخبرة ومع معاييرها تحدث دائما في العمق، فإنها تسلك سبلا لا تفتأ عن التباعد. هكذا كان شأن علم المناظر مع ابن الهيثم. فإن قطيعته مع نظريات سابقيه تتمثل في فصل شروط انتشار الضوء عن شروط انتشار البصر. بحيث لا يؤخذ بعين الاعتبار في خصوص الأولى إلا أشياء مادية ـ «أصغر أجزاء الضوء» ـ لا تحمل من الصفات إلاّ التي تخضع إلى رقابة هندسية وتجريبية تاركة الكيفيات الحسية غير كيفيات الطاقة. ومع عمق هذه القطيعة ـ إذ مكنت من إدراج ضرب جديد من الحجة في علم المناظر وفي العلم الطبيعي ـ فإنها لم تحصل بالحال نفسه مع مناظر إقليدس ولا مع نظرية الإبصار الأرسطية. كذلك كان الشأن في الميكانيكا. فغاليلي كان أوّل من استطاع التمييز داخل نظريات الحركة بين ما هو عائد إلى علم الحركة (Cinématique) وبين ما يعود إلى الديناميكا. بحيث لا يؤخذ بعين الاعتبار إلاّ العلاقات بين أوضاع الأشياء المادية عبر الزمان. فلم تعد تكتسي إلاّ صفات يمكن مراقبتها هندسيا وتجريبيا إذ أقصيت كل الصفات الحسيّة ما عدا صفة مقاومة الحركة. لم يكن حسم هذه القطيعة العميقة مع النظرية الأرسطية كما كان حسمها ـ أي بالعنوان نفسه ـ مع نظرية الاعتماد أو مع نظريات أصحاب الحساب في أكسفورد وباريس أو مع نماذج القوهي وترتاليا.

لا يفرض تنوّع العلاقات مع العلم المقبل على الباحث الإبستيمولوجي أن يميّز بين السنن المفهومية للمعارف ما قبل العلمية فحسب، بل يمنحه إضافة إلى ذلك وسائل تنظيمها وترتيبها. وبهذه الإمكانية تختصّ الأعمال ما قبل العلمية وتمتاز عن سائر الإنجازات

الثقافية الأخرى التي تتاح دراستها للمؤرخ. بعبارة أخرى، فإن العلم المقبل يملي مبدأ تنظيم هو ـ بمعنى مجازي ما ـ تصوّر لمسافة يساعد على تحديد مواقع لمعارف ما قبل العلمية. لكن هذا الامتياز ليس مفروضا على المؤرخ رغما عنه، بل لفائدته، لأن التمييز بين هذه السنن المفهومية يمكّنه من التعرّف على السنن النصيّة والتقنية التي تشدّ ما يبدو في الغالب ركاما (من المعطيات) عديم الشكل. فيكون المؤرخ عندئذ قادرا على طرح كل الأسئلة التاريخية والاجتماعية اللازمة لفهم تكوّن تلك السنن وتطوّرها ولفهم تفاعل مختلف العوامل الاجتماعية والإيديولوجية التي ضمنت استقرار صيغها.

تتمّ القطيعة مع نظريات التجربة المعيشة ـ وفي آن واحد مع معايير تطويرها ـ بفضل تصوّر لموضوع يحتوي على قانون للإجراء العملي وللحكم. فلا تكون المعرفة الناتجة عن القطيعة متضمنة لقوة تراكمية فحسب، بل إنها لا تحقق فعليا التراكم إلا بفضل تعديل مستمر لكيفية فهمها. وتبرز الصيغ الجديدة أثناء عمليات التعديل هذا. فإذا كان التفكير لا يستخدم إلاّ مفاهيم جاهزة سلفا، فإنه يمكن القول إن الانفصالات والاتصالات مرسومة بعضها في بعض. وقد تسمّى أحيانا هذه القطيعة «ثورات» إشارة إلى الانتقال من نظرية إلى أخرى، من ميكانيكا غاليلي ونيوتن إلى النسبية الضيقة، ومن هذه مع الكهردينامية والدينامية الحرارية المتصلة إلى نظرية الكوانطا (Théorie des quanta). ما يقصد هنا هو ظهور صيغ جديدة للعمل نفسه تعيد في كلّ مرة تحديد موضوعه، ولكن بدون استبداله بموضوع آخر مغاير كما كان الحال بالنسبة إلى المعرفة ما قبل العلمية. تبدو الصيغة القديمة في هذا التتالي المتقطع وكأنها حالة تقريبية من الصيغة الجديدة يمكن

التعبير عنها بلغة هذه الأخيرة، بحيث يكون الجديد هو الذي يعطي علّة صحّة القديم وشروطها، فلا يلغي ظهور الصيغ الجديدة الصيغ القديمة بل يصححها ويحتويها. حسب هذه الشروط، يتغيّر جذريا معنى السنّة المفهومية وأحسن دليل على ذلك هو أسلوب موتها : تموت السنن في ما قبل العلم اغتيالا. أما السنن العلمية، فإنها تتوفى لنفاد إمكانياتها الذاتية. يبين هذا الفارق ـ الحاسم في نظري ـ أن المسائل والإشكاليات التي تصدرت ميلاد السنن المفهومية هي داخلية في العلم، أو على الأقل أنها مسائل وإشكاليات قد توفق إلى صياغتها في لغة العلم. هكذا فإن كل سنّة تقدر على التكلّم في لغة السنة الأخرى وكلها قابلة إلى أن تترجم في لغة ورثتها البعيدين. فيمكن مثلا ترجمة لغة سنّة ابن الهيثم في علم المناظر إلى لغة السنّة النيوتونية، في حين يمتنع ذلك بالنسبة إلى مناظر إقليدس، ويمكن أيضا أن نترجم سنتي ابن الهيثم ونيوتن في لغة سنّة فرانال (Fresnel). ولا تقتصر هذه الترجمة على صعيد نظام التعاقب، أي على الترجمة في لغة العلم المنتصر، بل يمكن إجراؤها على صعيد نظام التزامن. لنذكر في هذا الصدد مثالين لسنتين متعاصرتين ومتنافستين وهما السنّة التي ابتكرها نيوتن لحساب السرعة اللامتناهية الصغر وسنّة الحساب التفاضلي للايبنتز (Leibniz). وعلى الرغم من الخصام الذي دار بينهما وعلى الرغم من اختلاف أسلوبيهما ـ هندسي من جهة وألغوريتمي من الجهة الأخرى ـ فإن كل واحد منهما يستطيع التكلم بلغة الآخر. وكلاهما قابل للترجمة في لغة التحليل النموذجية. إن هذه السمة الأساسية ليست خاصة بالرياضيات فقط، بل تشترك فيها كل المعارف العلمية بما فيها المعارف ذات المواضيع الفينومينوتقنية حسب عبارة باشلار (Bachelard).

بفضل ضرب من الاكتمال الإيستيمولوجي المميّز للعلم، ينعتق معنى السنّة المفهومية من السنّة «الشيئية» أكثر ممّا يتحرّر فيما قبل العلم، إذ لا يتقلص دور العناصر الخارجية فحسب، بل أكثر من ذلك، فإن هذا الدور يصير خاضعا لرقابة عند تكوين النماذج النظرية وعند البرهنة على صحتها. إن الرقابة اللغوية والتقنية لواقية من الآلهة المتخفية.

لكن هذا الاستقلال لا ينقص شيئا من دور السنّة «الشيئية» بل العكس. فإن كانت السنّة المفهومية تعرفنا بدّقة عن المكونات الزمنية والبشرية للسنّة «الشيئية»، فإن إقرار هذه الأخيرة قد يتطلب أعمالا من شأنها أن تفسّر تكوّن مجموعة العلماء وطرق تعلّمهم واختيارهم لنظام تطويرها وإيقاعاته... أي كل العناصر المادية والاجتماعية التي نصبت إطار السنّة المفهومية والتي من شأنها أن توضّح إيقاعاتها وانتشارها، إلخ... ولكنها مع ذلك لا تفسّر بتاتا أنظمة المفاهيم وحجج صحتها. إن تعيين مراكز الاهتمام ورصد الإمكانات وتكوين العلماء بتعدّد كفاءاتهم وترتيب طبقاتهم، وكذلك الإيديولوجيات الاجتماعية والعلمية على السواء، كل هذه العناصر هي بلا شك من بين العوامل التي قد تفسر ما يحدث من مناظرات بين العلماء عندما لا تكون الظواهر كاملة التحديد وعندما لا تكون الحجج صارمة الأداء. وقد تفسّر تلك العوامل النزاعات التأويلية التي ترافق دائما التحول إلى مرحلة التطبيق والتطوّر المتفاوت للاختصاصات، إلخ... لكنها لا تخبرنا عن تكوّن النماذج النظرية الصحيحة إذ تعود هذه المهمّة فيما يبدو إلى تاريخ العلوم وعلى تحديدها يتوقف نجاحه في تكوين صناعة حقيقية. أمّا الأعمال المتعلقة بالسنّة «الشيئية» والتي لا يمكن للمؤرخ الاستغناء عنها، فهي مع ذلك من مشمولات

اختصاصات أخرى لها معاييرها المغايرة وهي متراوحة بين علم الحفريات وعلم النفس الاجتماعي مرورا بعلم المخطوطات أو علم الإقتصاد وغيرها. إن الفروق بين السنّة الشيئية والسنّة المفهومية لا تحيل إلى اختلاف المواضيع والمناهج فحسب، بل تتجذّر بعمق أكثر في طبيعة الضرورة الخاصة بكل واحد منهما. ولعل هذا هو الموقع الذي تنبع منه كل الخلافات والنزاعات، أو ـ باستعمال عبارة جاهزة ـ القطيعة بين «أتباع النظر الداخلي» وبين «أتباع النظر الخارجي»، أو بين أتباع «التاريخ الاجتماعي» وبين مؤرخي العلوم. وفعلا فإن السنّة الشيئية تعالج ـ بعبارة مختصرة ـ أفعالنا التي من حيث هي مركبات سيكولوجية واجتماعية وتاريخية هي موجودات الآن وهنا، أي ظواهر عرضية، فإن ظواهر مثل تكوين أكاديمية، وكيفية العمل لمركز بحث هام، ونظام العمل في مخبر ما، وأنحاء نقل المعرفة وطبيعة الحامل المادي لنصّها، ورصد الموارد والانتماء الاجتماعي لعالم ما وملامحه السيكولوجية، إلخ. . . كل هذه ظواهر عرضية قد يعثر فيها علم النفس وعلم الاجتماع وعلم الاقتصاد على ضرب من الضرورة. لكن لا توجد أيّة ضرورة لعلاقاتها بالظواهر العلمية. وبالمقابل فإنه إن أمكن التعرّف على هذه الظواهر العلمية فلأنها ضرورية، كما هو الحال في قانون رياضي ما أو قانون فيزيائي. لهذا ما كانت الظاهرة الشيئية لا صادقة ولا كاذبة خلافا للظاهرة المفهومية حيث تكون الضرورة معيارا للصدق. من هنا نفهم أن كل توجّه إجمالي هو توجّه محكوم مسبقا بالفشل النظري. إن الاغترار الشائع والساذج بتعميم التاريخ الاجتماعي على السنة الشيئية لهو شبيه كالتوأم بالطموح في تعميم علم النفس على المنطق. فقد أدّى هذه الطموح في الماضي

القريب إلى «السيكولوجية» (Psychologisme) الشهيرة التي أثارت صواعق فلاسفة مثل كانط (Kant) وهوسرل (Husserl) وكافاياس (Cavaillès) ولن يلبث هذا الاغترار أن يؤدي بدوره إلى «التاريخية» (Historicisme) وهي أوثق سبيل إلى اللامعقولية. زد على ذلك أن أطروحة شمولية التاريخ الاجتماعي هي أطروحة لا تحصّن حتى ذاتها إذ أن مآلها أن تصير بدورها من قبيل العرض فتنغلق عندئد الدارة المفرغة. من جهة أخرى فإن إمكانية هذا الشمول تقتضي إخراج قيمة الصدق والتمييز بين الصادق والخاطىء من العلم نفسه. وفي المقابل يؤدي تعميم التاريخ المفهومي على السنّة الشيئية إلى «تاريخ خالص»، أي إلى فلسفة في التاريخ. غير أن مشكلة تاريخ العلوم، وهي المشكلة التي تختزل فيها كل صعوبته، إنما هي هناك : إن إنتاج ظواهر العلم - المحدّدة من حيث هي إنتاج للناس ومن حيث هي ناتجة عن أعمالهم - إن هذا الإنتاج يتجاوز، من حيث هو أثر محصّل، الظروف العرضية لظهوره ويعلو عليها ليتميّز عنها بما له من خاصيات الضرورة. بإيجاز وبوضوح، إن المسألة كلّها هي مسألة بروز الضروري داخل العرضي. ينكشف عندئذ مؤرخ العلوم في حقيقته كما كان دوما يسعى إليها : فلا هو «ناقد للعلوم» على غرار ناقد الفن، ولا هو مؤرخ بمعنى صاحب اختصاص في التاريخ الاجتماعي، ولا هو فيلسوف من بين فلاسفة العلوم، بل هو - ببساطة - فينومينولوجي البنى المفهومية، فينومينولوجي نشأتها وتولّداتها داخل السنن المفهومية المتغيّرة على الدوام.

فلسفة الرياضيات

يعير مؤرخو الفلسفة الإسلامية إهتماما خاصا بما يحلو لبعضهم أن يسميه «falsafa». وتمثل هذه الفلسفة كما يتصورونها واحدا من بين مذاهب الوجود والنفس التي طورها مؤلفو الثقافة الإسلامية دون الاكتراث بالمعارف الأخرى وفي استقلال عن كل المحددات سوى ارتباط هؤلاء المؤلفين بالدين. ينتسب الفلاسفة، في تقدير المؤرخين، إلى الجانب الأرسطي من التقليد الأفلاطوني المحدث وهم ورثة الفلسفة القديمة في فترتها المتأخرة مصطبغة بألوان إسلامية. يضمن هذا الانحياز التاريخي ـ ظاهريا على الأقل ـ انتقالا سلسا لا صدام فيه من أرسطو وأفلوطين وبرقلس ـ على سبيل المثال ـ إلى فلاسفة الإسلام ابتداءاً من القرن التاسع. لكن لهذا التصوّر كلفة باهظة، إذ يؤدي في أغلب الأحيان ـ ليس دائما ـ إلى رسم صورة شاحبة وهزيلة للنشاط الفلسفي ويحوّل المؤرخ إلى عالم حفريات وإن كان يفتقر إلى وسائل هذ الأخير، وليس من النادر أن يجعل المؤرخ من مجال الفلسفة الإسلامية ميدان تفتيش عن آثار الأعمال اليونانية المفقودة في لغتها الأصلية والتي حفظت في ترجمة عربية. أو إن تعذر ذلك، تراه يكتفي بما يعثر عليه من آثار الكتب اليونانية للفلاسفة القدامى مع أنها متوفرة وتدرس في الغالب بكفاءة وأهلية من قبل مؤرخي الفلسفة اليونانية.

صحيح أن بعض المؤرخين قد التفتوا حديثا نحو مذاهب وقع تطويرها في ميادين أخرى على هامش الإرث اليوناني. مثل فلسفة الفقه التي طورها الفقهاء بتفوق، أو فلسفة علم الكلام بما فيها من عمق وتفنّن، أو تصوف كبار الشيوخ كالحلاّج وابن عربي وغيرهم. إن مثل هذه الأعمال تثري وتصحّح المشهد، وتعكس بأكثر وفاء النشاط الفلسفي آنذاك، وهي كذلك تمكن من تحديد موقع الإرث اليوناني في الفلسفة الإسلامية تحديدا أكثر جودة. لكن العلوم والرياضيات لا تجد نفس العناية التي لقيها الفقه وعلم الكلام والنحو والتصوف، وبقيت العلاقات ـ الجوهرية في نظرنا ـ بين الفلسفة والعلوم ـ خصوصا الرياضيات ـ مهملة. أجل، قد يخطر أحيانا التعرض إلى العلاقات بين الرياضيات والفلسفة عند فلاسفة الإسلام، كالكندي والفارابي وابن سينا وغيرهم، لكن ذلك إنما يحدث بصفة خارجية إن صح التعبير، إذ تعرض رؤاهم في خصوص هذه العلاقات ويبحث عن ارتباطها بالمذاهب الأفلاطونية أو الأرسطية ويفحص التأثير الفيتاغوري المحتمل. يعني هذا أن البحث لا يتعلق أبدا بفهم انعكاسات معارفهم الرياضية على فلسفاتهم ولا بتأثير أنشطتهم من حيث هم علماء ـ وهذا شأنهم في أكثر الحالات ـ في مذاهبهم الفلسفية. إن هذا التقصير لا يرجع إلى مؤرخي الفلسفة وحدهم، بل مسؤوليته هي على عاتق مؤرخي العلوم أيضا.

صحيح أن فحص العلاقات بين العلوم والفلسفة يتطلب تنوعا من الكفاءات يتميز باتساعه إذ يقتضي معرفة باللغة أدق من المعرفة الكافية لفهم الهندسة ذات التركيب البسيط والفقيرة المعجم، ويقتضي دراية بتاريخ الفلسفة ذاتها. فإذا أضفنا إلى هذه المتطلبات ما خلفته النزعة الوضعية السائدة من تصوّر للعلاقات بين العلم والفلسفة، فإنّنا نفهم

بطريقة أحسن هذه اللامبالاة العميقة عند مؤرّخي العلوم بالفلاسفة. لكننا في غنى عن التذكير بأن العلاقات بين العلوم والفلسفة هي جزء لا يمكن فصله عن تاريخ العلوم.

إن هذه الوضعية فيها مفارقة قليلة: لقد استمر نشاط البحث العلمي والرياضي في منتهى التقدم على مدى سبعة قرون، باللغة العربية وفي مراكز الحضر الإسلامية. فهل يعقل أن يبقى الفلاسفة وهم بذاتهم أحيانا رياضيون أو أطباء... منزوين في عملهم الفلسفي غير عابئين بالتحولات الجارية تحت أنظارهم غافلين عن النتائج العلمية المتعاقبة؟ كيف نتصور أن يبقى الفلاسفة عديمي الاكتراث إلى حد الانزواء داخل الاطار الضيق نسبيا للتقليد الأرسطي في الأفلاطونية المحدثة وهم إزاء هذا التنوع المنقطع النظير من فروع المعرفة والنجاحات العلمية من علم هيئة ناقد للنماذج البَطليمية وعلم للمناظر مصحح ومستحدث وعلم الجبر والهندسة الجبرية المبتكرين وتحليل ديوفنطي محوّر ونقاش لنظرية المتوازيات ومناهج تسطيح متطورة؟ إن الفقر الظاهري لفلسفة الاسلام الكلاسيكي لهو ظاهرة خاصة بالمؤرخين وليس بالتاريخ، ومع ذلك، فإن الاقتصار على تفحص العلاقات بين الفلسفة والعلم، أو بين الفلسفة والرياضيات ـ وهذا ما نقتصر عليه هنا ـ كما يتجلى عند الفلاسفة وحدهم لا يمكن من اجتياز إلاّ ثلث الطريق، إذ يجب أيضا مساءلة الرياضيين الفلاسفة وكذلك الرياضيين. لكن مبدأ اعتبار الرياضيات وحدها أمر يستدعي التفسير وهذا التفسير ضروري لأن هذا التمشي لا يخص الفلسفة الإسلامية وحدها.

للرياضيات إسهام في نشأة الفلسفة النظرية لا يضاهيه أيّ فرع معرفي آخر ولا يوجد علم غيرها كانت له علاقات بنفس الكثرة وبنفس

القدم مع الفلسفة النظرية. لم تنفك الرياضيات منذ العصر القديم تمدّ التفكير الفلسفي بمواضيع اشتغال مركزية إذ وفرت له مناهج للعرض وإجراءات للاستدلال ومنحت أحيانا للفلاسفة أدوات مناسبة لإجراء تحاليلهم، وبالآخر فهي تعرض نفسها بالذات موضوعا لنظر الفيلسوف فيشتغل فعلا في توضيح المعرفة الرياضية نفسها درسا لموضوعها ومناهجها وسبرا لخاصيات يقينها. لم تفتأ الفلسفة الرياضية منذ بداية تاريخها تسأل عن شروط هذه المعرفة الرياضية ونشأتها وقدرتها على التوسع وعن طبيعة اليقين الذي تبلغه ومكانتها بين المعارف الأخرى. إن فلاسفة الإسلام لا يشذون عن هذه القاعدة، لا الكندي ولا الفارابي ولا ابن سينا ولا ابن ميمون ولا ابن باجة، ولا غيرهم من سائر الفلاسفة.

ثمة روابط أخرى انعقدت بين الرياضيات والفلسفة النظرية وإن كانت أقل ظهورا. فليس من النادر أن يتعاضدا لسبك منهج أو حتى منطق كما كان الشأن عند التقاء أرسطو وإقليدس في خصوص المنهج «الأكسيومي» أو عند استعانة الطوسي بالتحليل التوافقي لحل معضلة الفيض ابتداءً من الواحد. لكن من بين كل الأشكال التي يمكن أن يتخذها هذا الارتباط، ثمة واحد يشد الانتباه بصفة خاصة وهو يرجع هذه المرة إلى عمل الرياضي وليس إلى عمل الفيلسوف. نقصد بذلك النظريات التي طوّرها الرياضيون لتبرير ممارساتهم ذاتها. تلتئم الشروط المناسبة لهذه الإنشاءات النظرية عندما يصطدم الرياضي ـ الذي يكون في طليعة البحث في زمانه ـ بصعوبة مستعصية ناتجة عن عدم تطابق التقنيات الرياضية المتوفرة لديه مع موضوعات جديدة في بداية تشكلها. لنذكر مثلا تنوع صيغ نظرية المتوازيات ابتداءا من ثابت بن قرة

(ت 901) أو في تصور ابن الهيثم لما يشبه الموضع التحليلي *(analysis situs)* لمذاهب اللامنقسمات في القرن السابع عشر.

تأخذ العلاقات بين الفلسفة النظرية والرياضيات موقعها في ثلاثة أصناف أساسية من الأعمال : أعمال الفلاسفة، أعمال الفلاسفة الرياضيين مثل الكندي ومحمد بن الهيثم (هو غير الحسن بن الهيثم [انظر : Rashed, 1993 c, pp. 8-19, 2000, III, pp. 937-941]) وأعمال الرياضيين الفلاسفة مثل نصير الدين الطوسي وغيره وأعمال الرياضيين مثل ثابت بن قرة وحفيده إبراهيم بن سنان والقوهي وابن الهيثم وغيرهم. إن الاقتصار على صنف أو آخر وإغفال البقية يعرّض البحث في العلاقات بين الفلسفة والرياضيات إلى التفويت في بعد أساسي لهذا المجال.

لقد حاولنا مرات عديدة إجلاء بعض من مباحث فلسفة الرياضيات هذه. فلنكتف بسبر سريع لغاية الكشف عن ثراء هذا المجال إذ غايتنا هي تلك وليست فحصا نسقيا قد يستدعي ويستحق لوحده كتابا ضخما. إلا أن الطريق الأنسب في نظرنا يختلف عن مجرد السرد لرؤى الفلاسفة في خصوص الرياضيات وأهميتها. طريقنا يتمثل ـ أكثر من ذلك ـ في التفتيش عن المباحث التي وقع التطرق إليها وعن العلاقات الحميمية التي تربط الرياضيات بالفلسفة ودور هذه العلاقات في هيكلة المذاهب والأنساق أي عن الدور الترتيبي للرياضيات. سوف نبين خصوصا كيف يتوخى الفلاسفة الرياضيون حل المسائل الفلسفية بطريقة رياضية خصبة ومولدة لمذاهب أو فروع جديدة. وفي ما يخص الرياضيين، سوف نجلي محاولاتهم الفلسفية في حل المسائل الرياضية لنبين ضرورة وعمق هذا التمشي. لتوضيح هذه الوضعيات المختلفة، سوف نتطرق على التتالي إلى المباحث التالية :

1 ـ الرياضيات باعتبارها ممثلة لشروط النشاط الفلسفي وموردا لنماذجه. وقد اخترنا مثالين من بين الفلاسفة العديدين الذين يمثلون هذه الوضعية : مثال الكندي وهو فيلسوف ـ رياضي ومثال ابن ميمون الذي كان على اطلاع بالرياضيات وإن لم يكن رياضيا ميدانيا.

2 ـ الرياضيات داخل التأليف الفلسفي : إن تدخل الرياضيات المباشر حدث منذ أول تأليف فلسفي معروف وهو من عمل ابن سينا. ومن بين النتائج الهامة لهذا التدخل إعطاء الأنطولوجيا توجها صوريا مكّن من معالجة مسألة فلسفية بطريقة رياضية. سوف نتعرض هنا بالطبع إلى إسهام ابن سينا وهو ذو إلمام جيد بالرياضيات وإلى مواصلة نصير الدين الطوسي له.

3 ـ يخص المبحث الثالث صناعة الاكتشاف وصناعة التحليل، وكان هذا المبحث من نصيب الرياضيين خصوصا. ويهم كيفية مواجهتهم لمسألة الاكتشاف الرياضي. سوف نتعرض إلى أمثلة ثابت بن قرة، وابراهيم بن سنان والسجزي وابن الهيثم.

وما ينبغي التنبيه إليه هو أن الفصول التالية لن تهتم بهذه الأمثلة باعتبارها أعمالا فردية، بل باعتبارها ممثلة لسنة حقيقية ترسمها الأسماء والعناوين، وقد استمرت هذه السنة قرونا على الأقل.

I ـ الرياضيات باعتبارها ممثلة لشروط النشاط الفلسفي ونموذجا له.

الكندي وابن ميمون

إن العلاقات بين الفلسفة والرياضيات جوهرية وضرورية لإعادة تركيب منظومة الكندي (القرن التاسع) وقد شعر الكندي بذلك إذ جعل من تلك التبعية عنوانا لأحد كتبه : «**في أنه لا تنال الفلسفة إلا بعلم الرياضيات**» (ابن النديم، **الفهرست**، ط 1971، ص 316)، وإذ

جعل من الرياضيات مدخلا إلى تعليم الفلسفة. ويذهب في رسالته في كمية كتب أرسطوطاليس (رسائل الكندي الفلسفية، نشر أبو ريدة، ج 1، ص 363 ـ 384) إلى مخاطبة طالب الفلسفة لينبهه أنه أمام خيارين : إما أن يبتدىء بالرياضيات قبل التطرق إلى كتب أرسطو حسب الترتيب الذي يورده فيكون له أمل في أن يصير فيلسوفا، وإما أن يقتصد تلك المرحلة فلا يسعه أن يصير إلا «راويا» للفلسفة إن كانت له قدرة على الحفظ. يقول الكندي بعد عرضه لتصنيف كتب أرسطو :

«هذه أعداد ما قدمنا ذكره من كتبه التي يحتاج الفيلسوف التام إلى اقتناء علمها بعد علم الرياضيات، أعني التي حددتها بأسمائها. فإنه إن عدم أحد علم الرياضيات التي هي علم العدد والهندسة والتنجيم والتأليف، ثم استعمل هذه دهره، لم يستتم معرفة شيء من هذه ولم يكن سعيه فيها مكسبه شيئا إلا الرواية إن كان حافظا، فأما علمها على كنهها وتحصيله فليس بموجود إن عدم الرياضيات البتة» (نفس المرجع I، ص 369 ـ 370).

الرياضيات هي إذن أساس التكوين الفلسفي، ولو تعمقنا في دراسة دورها في أعمال الكندي، لأمكننا إدراك خصوصية هذه الأعمال بأكثر دقة، لكن ليس هذا غرضنا هنا. تبدو أعمال الكندي حسب المؤرخين في مظهرين متميزين. هنالك تأويل أول يظهر فيه الكندي ممثلا إسلاميا للتقليد الأرسطي داخل الأفلاطونية المحدثة، فهو ينتسب إلى الفلسفة القديمة في فترتها المتأخرة من جهتين. أما التأويل الثاني، فإنه يرى في الكندي مواصلا لعلم الكلام الفلسفي، فكأنه متكلم استبدل لغة الكلام بلغة الفلسفة اليونانية. لكن تمفصلات توجهات

الكندي الأساسية تتجلى لأعيننا عندما نعيد للرياضيات دورها في تطوير فلسفته. ففيها توجه ناتج عن قناعاته الإسلامية حسب تفسيرها وصياغتها داخل سنة الكلام الفلسفي، خصوصا سنة التوحيد. فالوحي يطلعنا على الحق والحق هو واحد وعقلي. وثمة توجه آخر يحيلنا الى كتاب **الأصول**. لإقليدس باعتباره نموذجا ومنهجا. إذا كان من الممكن الوصول إلى الحق عن طريق الوحي، أي بكيفية موجزة ومختصرة تكاد تكون فورية، فإنه يمكن أيضا بلوغه بمجهود جماعي وتراكمي ـ هو مجهود الفلاسفة ـ انطلاقا من حقائق عقلية مستقلة عن الوحي ومستجيبة لمعايير الحجة الهندسية. لقد كانت هذه الحقائق العقلية التي تؤدي دور المعاني الأولية متوفرة أيام الكندي في التقليد الأرسطي داخل الأفلاطونية المحدثة وقد اعتمدت بديلا للحقائق الموحى بها إذ بوسعها الوفاء بمتطلبات التفكير الهندسي وبوسعها التمكين من تقديم عرض منظم شبيه بالعرض الأكسيومي، مما يجعل «الفحص الرياضي» أداة لعلم ما بعد الطبيعة .

هكذا كان الشأن بالنسبة إلى رسائل الكندي في الفلسفة النظرية كرسالته **في الفلسفة الأولى** ورسالته **في ايضاح تناهي جرم العالم** وغيره(انظر : Rashed et Jolivet, 1988) لنأخذ هذه الرسالة الأخيرة مثالا. يسلك الكندي طريقة مرتبة ليقيم البرهان على التهافت المنطقي لمفهوم الجسم اللامتناهي فيبدأ بتعريف الحدود الأولية : المقدار والمقادير المتجانسة. بعد ذلك، نراه يقدم ما يسميه بـ«القضايا الحق»، أو ما يسميه في الفلسفة الأولى «المقدمات الأولى الحقيقية المعقولة بلا توسط»، (**الفلسفة الأولى**، ص 29، س 16) أو في رسالته «**في وحدانية الله وتناهي جرم العالم**»، «المقدمات الأولى الواضحة الحقيقية المعقولة بلا

توسط»، (نفس المرجع، ص 29، س 8). كل هذه قضايا صحيحة من تحصيل الحاصل وهي مصاغة باعتبارها معاني أولية أو نسب بين هذه العاني من حيث ترتيبها ومن حيث الجمع والتفريق بينها ومن حيث وصفها بالتناهي وبعدم التناهي. فتكون هذه القضايا كالتالي : «الأعظام المتجانسة التي ليس بعضها بأعظم من بعض متساوية» أو : «إذا زيد على أحد الأعظام المتجانسة المتساوية عظم مجانس لها، صارت غير متساوية»، (ص 160). أخيرا، يعمد الكندي إلى برهان الخلف مستخدما هذه الفرضية : إن الجزء من المقدار اللامتناهي هو بالضرورة متناه.

يسلك الكندي هذا الطريق نفسه في العديد من مؤلفاته وعلى غرار رسالته في **الفلسفة الأولى** نراه ينتهج الأسلوب الهندسي في رسالته **مائية ما لا يمكن أن يكون لا نهاية له وما الذي يقال له لا نهاية له**، حيث يعتزم إقامة البرهان على استحالة أن يكون العالم والزمان غير متناهيين. هنا أيضا، يبدأ بالتصريح بأربع مقدمات : 1) «إن كل شيء ينقص منه شيء، فإن الذي يبقى أقل مما كان قبل أن ينقص منه»؛ 2) «كل شيء نقص منه شيء، فإنه إذا ما ردّ إليه ما كان نقص منه، عاد إلى المبلغ الذي كان أولا»؛ 3) «كل أشياء متناهية فإن الذي يكون منها ـ إذا جمعت ـ متناه»؛ 4) «إذا كان شيئان أحدهما أقل من الآخر، فإن الأقل يعد الأكثر أو يعد بعضه، وإن عدّ كله فقد عد بعضه». يعتزم الكندي إثبات أطروحته الفلسفية انطلاقا من هذه المقدمات المستهلمة من كتاب **الأصول** لإقليدس. فيفترض جسما لا متناهيا يطرح منه جزءا متناهيا فالسؤال المطروح هو التالي : هل ما يتبقى يكون متناهيا أم لا متناهيا؟ بعد ذلك يبين الكندي أن كلتا الفرضيتين تؤدي إلى

نتائج متناقضة فيستنتج أنه لا يمكن أن يكون جسم لا متناهيا. ويواصل استدلاله ليبين أن الاستحالة نفسها تنسحب على أعراض الجسم وخصوصا على الزمان إذ أن الزمان والحركة والجسم هي أمور متلازمة. بعد ذلك يبين الكندي أنه لا يوجد زمان أزلي وأن الجسم والحركة والزمان غير أزليين. فلا يوجد إذن شيء أزلي، واللامتناهي إنما يقال بالقوة كما هو شأن العدد. تبيّن هذه الأمثلة التي ذكرناها باختصار كيف كان الكندي يستخدم معا وبإيجاد مفاصل بينها مبادىء ووسائل الرياضيات من جهة والفلسفة الأفلاطونية المحدثة في التقليد الأرسطي من جهة أخرى. ويجدر مع ذلك التنبيه إلى أن الكندي الفيلسوف كان أيضا رياضيا كما تشهد عليه أعماله في علم المناظر وفي الرياضيات (انظر Rashed, 1993a). وكان أيضا أليفا لا بكتب أرسطو وبالتقليد الأرسطي داخل الأفلاطونية المحدثة فحسب، بل وأيضا بشروح لفلاسفة أرسطيين كالإسكندر مثلا.

لم يكن ابن ميمون (1135 ـ 1204) رياضيا له إنتاج علمي، ومع ذلك فقد كان له اطلاع إلى حدّ ما على الرياضيات.

من البديهي أن اطلاعه كان على قدر يمكنه من مطالعة متأنية لأعمال رياضية ومن التعليق عليها مثل كتاب المخروطات لأبلونيوس التي كانت من مستوى رفيع بالنسبة إلى العصر. لكن تعليقاته لم تكن على الأفكار الجوهرية أي الخاصيات التي كانت الموضوع الفعلي لهذا العمل، بل كان اهتمامه مقصورا على تقنيات الاستدلال الأولية وجلها متوفر في الكتب الستة الأولى من «أصول» إقليدس. باختصار وبوضوح، لم تكن تعليقات ابن ميمون ترقى إلى مستوى الأعمال الموضوعة لها. فلم سخر هذا القدر الهائل من الوقت ومن الجهد إن كان نيله منها

على هذا التواضع؟ قد نفسر ذلك بالرجوع الى دور الرياضيات في «ترويض الذهن» كما يقول ابن ميمون نفسه (**دلالة الحائرين**، نشر آتاي، ص 80)، لكن ثمة سبب آخر يتمثل في علاقات أخرى بين الرياضيات والفلسفة. وسوف نقتصر على أهمها.

إنّ منطلق ابن ميمون لم يكن فلسفيا، بل دينيا : «وإنما كان الغرض [. . .] هو تبيين مشكلات الشريعة وإظهار حقائق بواطنها التي هي أعلى من أفهام الجمهور» (**دلالة الحائرين** ص 282). منذ الكندي، يمثل الادراك العقلي للحقائق التي تنقلها الكتب المقدسة واحدة من أوكد مهام النظر الفلسفي. إلاّ أن تحقيق هذه المهمة أو حتى الشروع فيها يقتضي قبول توافق تام بين نظامين للحقيقة : نظام الكتب المقدسة من جهة ونظام العقل والفلسفة من جهة أخرى. ويقوم هذا التوافق عل مبدإ عبر عنه ابن رشد (1126 ـ 1198) : «إن الحق لا يضاد الحق، بل يوافقه ويشهد له» (**فصل المقال** ص 32). لا يختلف ابن ميمون عن أسلافه في اختيار «الطريق البرهاني الذي لا ريب فيه» (**دلالة الحائرين**، ص 187). أي في توخي «البرهان الحقيقي» لإثبات الحقائق الشرعية : وجود الله، أنه واحد وليس بجسم. إلا أن إجراء هذا البرهان لا يكون في نظر هؤلاء الفلاسفة إلا اقتداءً بالنموذج الرياضي، ولا يتسنى ذلك إلاّ باعتماد لغة غير لغة الوحي تكون المفاهيم فيها محددة بالعقل وحده وأنطولوجيا محايدة.

إن «البرهان الحقيقي» أي البرهان الذي يكون على نموذج البرهان الرياضي هو الطريق الذي يجب سلوكه للإرتقاء بالحقائق الشرعية إلى مستوى الحقائق العقلية، وليس ذلك حكرا على دين دون آخر سواء كان موحى به أو لا. هذه أول علاقة بين الرياضيات والفلسفة. لكن

لهذه العلاقات ترتيبا في طبقات. يتمثل تمشي ابن ميمون أولا في استعارة معان من الفلسفة الأرسطية عند أسلافه وفي استعارة إجراءات العرض والاستدلال من الرياضيات. هكذا كانت طريقته في الجزء الرئيسي من الكتاب الثاني من **دلالة الحائرين**. وهي إذن على منوال طريقة الرياضيين الذين أخذت عنهم بعض من إجراءاتهم ـ منها خاصة برهان الخلف ـ لإثبات كل عنصر من عناصر العرض. كلّ هذه العناصر معروضة في كتاب **دلالة الحائرين** في خمسة وعشرين مقدمة يعتبر ابن ميمون أن أسلافه قد أقاموا البرهان عليها كلها. ويضيف إليها مسلمة ليستنتج من مجموع هذه القضايا ما يعده «الشكل الأساسي» : «الله موجود وهو واحد وليس بجسم ولا في جسم». إن أهمية هذا المقطع من كتاب **دلالة الحائرين** تتمثل في تعمد أسلوب الترتيب الهندسي في علم ما بعد الطبيعة أكثر من كونها في قوة الحجة ذاتها. فالمقدمات الأولى قابلة منذ أرسطو لمعالجة منطقية رياضية وقد أعاد الكندي تفعيلها وتبعه في ذلك العديد من الفلاسفة الإلهيين نذكر منهم ابن زكريا الرازي وأبو البركات البغدادي (ق 11 ـ 12) وفخر الدين الرازي (1150ـ 1210) ونصير الدين الطوسي (1201 ـ 1274). ونجد هذه المقدمات بعد ذلك مجمعة في شرح التبريزي لدلالة الحائرين وكذلك في شرح حسداي كرسكاس (1340 ـ 1412). يتعلق الأمر بإثبات استحالة وجود مقدار لا متناه واستحالة وجود عدد غير متناه من المقادير المتناهية. وتنص المقدمة الثالثة على استحالة تسلسل لا متناه من العلل والمعلولات ـ مادّية كانت أو غير مادّية ـ الأمر الذي يمنع مبدئيا التعقب العكسي اللامتناهي للعلل. تلي هذه المقدمات ثلاثة أحكام : ينص الأول أن التغير يقع بحسب مقولات الجوهر والكيف

والكم والمكان، وينص الثاني أن الحركة نوع من التغير وهي خروج من القوة إلى الفعل. ويعدد الحكم الثالث أنواع الحركة. تلي ذلك مقدمة سابعة هذا نصها : «كل متغير منقسم وكذلك كل متحرك منقسم وهو جسم ضرورة، وكل ما لا ينقسم لا يتحرك ولذلك لا يكون جسما أصلا» (ص 249) وبعدها تقرر المقدمة الثامنة أن «كل ما يتحرك بالعرض فهو يسكن ضرورة» (ص 251) والتاسعة أن «كل جسم يحرك جسما آخر فإنما يحركه بأن يتحرك هو أيضا في حال تحريكه» (ص 252). وهكذا يتقدم عرض المقدمات الأولية نذكر منها الرابعة عشرة التي تقرر أن الحركة المكانية «هي أقدم الحركات» والخامسة والعشرين التي تقرر أن «مبادىء الجوهر المركب الشخصي [هي] المادة والصورة».

لكل هذه المقدمات التي ذكرنا منها البعض مرجعية أرسطية، لكنها غير متجانسة إذ تفرقها أصولها وتفاوت تعقدها المنطقي، وهذا أمر لم يكن ابن ميمون يجهله اذ يحيلنا إلى مصادره الإجمالية : «السماع الطبيعي وشروحه» و«ما بعد الطبيعة وشرحها». يمكن بسهولة التعرف على مراجع ابن ميمون في **السماع الطبيعي** (الكتابين الثالث والثامن) وفي «**ما بعد الطبيعة**» (الكتابين العاشر والحادي عشر)، لكن تحديد موقع الإحالات إلى الشروح أصعب من ذلك ولا يهمنا في ما نحن بصدده. يصف ابن ميمون تعقد المقدمات هكذا : «منها ما يبين بأيسر تأمل ومقدمات برهانية ومعقولات أول أو قريب منها. . . ومنها ما يحتاج إلى براهين ومقدمات عدة لكنها قد تبرهنت برهانا لا شك فيه» (ص 272). بعبارة أخرى، هنالك مقدمات يجعلها قربها من الأوليات بديهية «بأيسر تأمل»، ومنها ما يستدعي بعدها عن الأوليات

توسط قضايا كثيرة حتى نتمكن من إثباتها، إلا أن هذا الإثبات قد تم على يدي أرسطو وشراحه ومن خلفه. وتتوزع المقدمات الخمس والعشرون إلى هذين الصنفين.

لا يغفل ابن ميمون أن الحجة لا يعتد بها إن لم تكن كلية وضرورية. ولكنّ هذين الشرطين لا يتوفران في خصوص المسألة الراهنة وهي مسألة قدم العالم نظرا للتقابل القطعي بين الحقيقة الموحى بها والحقيقة الفلسفية. ولكي تكون الحجة يقينية على غرار الحجة الرياضية، ينبغي أن تكون ثابتة على الدوام سواء كنا نعتقد قدم العالم أو حدوثه. فعندما أدرج ابن ميمون في منظومته فرضية قدم العالم حتى صارت تعد ستة وعشرين مقدمة، معارضا في ذلك اعتقاده الخاص، فإنما فعل ذلك اقتداء بطريقة الرياضيين. يقول في هذا الصدد وبدون أدنى التباس :

«وأضيف إلى ما تقدم من المقدمات مقدمة واحدة توجب القدم ويزعم أرسطو أنها صحيحة وأولى ما يعتقد. فنسلمها له على جهة التقرير حتى يبين ما قصدنا بيانه» (ص 268).

إنّ ما جعله يدرج فرضية قدم العالم، إنما هو ضرورتها لإكمال المنظومة حتى يتسنى استنتاج «الشكل». ويتجلى تماما هذا الوجه الاصطلاحي ـ وليس الاعتباطي ـ للقضية عندما نذكر أن ابن ميمون لم يكن يعتقد بقدم العالم. لنتمعن مثلا قوله :

«الوجه الصحيح وهو الطريق البرهاني الذي لا ريب فيه، أن يثبت وجود الله ووحدانيته ونفي الجسمانية بطرق الفلاسفة، وتلك الطرق مبنية على قدم العالم ليس لأنني أعتقد قدم العالم أو أسلم لهم ذلك، بل لأن بتلك الطرق يصح البرهان ويجعل اليقين بهذه الثلاثة أشياء،

أعني بوجود الله وبأنه واحد وأنه غير جسم من غير التفات إلى بت الحكم في العالم هل هو قديم أم محدث» (ص 183).

لقد كان ابن ميمون على علم أن مسألة قدم العالم لا يمكن حسمها حسما أكيدا، وقد قيل فيما بعد أن العقل الجدلي يصطدم عند هذه المسألة بتناقض داخله إذ أن حلها يقتضي تحديد خاصيات لأشياء لا توجد بعد.

إن تصميم هذا القسم من **دلالة الحائرين** هو بالتأكيد على نمط العرض الرياضي أي وفق النظام الهندسي. يبدو هذا النظام وكأنه شرط ليقينية المعرفة الميتافيزيقية خصوصا فيما يخص معرفة الله ووحدانيته وعدم جسمانيته. نجد هذا التصور الخصب قبل ابن ميمون عند الكندي وبعده عند سبينوزا (Spinoza). لكن المسألة كلها تتمثل في معرفة ما إذا كانت البرهنة على المقدمات الخمس والعشرين قد أنجزت فعلا، وفي معرفة ما إذا كان «الشكل» يستنتج حقا منها. لن ينفك هذان السؤالان يراودان الفلاسفة بعد ابن ميمون. فكان شرح التبريزي ثم شرح حسداي كرسكاس محاولتين في هذا الغرض. لقد حاول ابن ميمون إجراء هذا الاستنتاج. ومع أن المجال لا يتسع هنا إلاّ لعرض إجمالي فسوف نحرص على إبراز العقلية التي حكمت هذا الاستنتاج.

بالنظر إلى المقدمات الخمس والعشرين، يحتاج كل جوهر شخصي مركب في وجوده إلى محرك يهيء المادة لقبول الصورة. لكن المقدمة الرابعة تقضي بضرورة وجود محرك آخر من نوع مغاير يسبق ذلك المحرك. ولما كانت المقدمة الثالثة تقضي بتناهي تسلسل المحركات، فإن التسلسل ينتهي بالضرورة إلى الفلك الأخير ويقف عنده. وحركة

الفلك هي حركة مكانية إذ كانت الحركة في المكان هي الأقدم في التصنيف الرباعي لمقولات التغير (حسب المقدمة الرابعة عشرة). ثم لما كان كلّ متحرك محرّكا (المقدمة السابعة عشرة)، فكذلك شأن الفلك الأخير الذي يكون محركه إما من خارج أو داخلي له. وهذه القسمة ضرورية، فإن كان المحرك من خارج فإنه إما أن يكون جسما خارجيا عن الفلك أو يكون لا في جسم. وفي هذه الحالة الأخيرة يقال إن المحرك «مفارق» للفلك. وإذا كان المحرك في الفلك فإنه يكون إما قوة سارية فيه أو أن يكون قوة غير منقسمة مثل حال النفس بالنسبة إلى الإنسان. هكذا نحصل على أربع إمكانيات يرفض منها ابن ميمون ثلاثة يعتبرها مستحيلة بالنظر إلى مقدمات مختلفة. فلا يبقى إذن إلاّ إمكانية واحدة وهي أن تكون حركة الفلك المكانية عن محرك مفارق غير جسماني. وينهي ابن ميمون استدلاله الطويل بقوله :

«فقد تبرهن أن محرك الفلك الأول إن كانت حركته سرمدية دائمة، يلزم أن يكون لا جسما ولا قوة في جسم أصلا حتى لا يكون لمحركه حركة لا بالذات ولا بالعرض فلذلك لا يقبل قسمة ولا تغيرا، كما نذكر في المقدمة الخامسة والسابعة. وهذا هو الإله جل إسمه، أعني السبب الأول المحرك للفلك ويستحيل أن يكون إثنين أو أكثر» (ص 276). هذا ما كان يحتاج إلى برهانه.

رأينا كيف أن الرياضيات تمثل بالنسبة إلى ابن ميمون شروط المعرفة في الإلهيات بحسب معان ثلاث. فهي بالمعنى الأقرب تدريب للذهن، ثم هي نموذج إنشاء، أي هندسة ما تتيح التوصل إلى اليقين. أخيرا توفر الرياضيات إجراءات للاستدلال، منها خاصة برهان الخلف. لكن ليست هذه العلاقات بين الرياضيات والإلهيات هي الوحيدة في

كتاب **دلالة الحائرين**. لقد نبهنا سابقا الى وجود علاقة أخرى لا تقل أهمية، وهي الدور الذي تؤديه الرياضيات باعتبارها أداة استدلال داخل الإلهيات. والمثال الأكثر وجاهة في هذا الصدد مستعار من كتاب **المخروطات** لأبلونيوس وهو مثال الخط المقارب للمنحني. يمكّن هذا المثال من تناول عقلي لمسألة العلاقة بين التخيل والتصور. ففي انتقاده لعلم الكلام يعتزم ابن ميمون إبطال أطروحة تقضي بأن «كل ما هو متخيل فهو جائز عند العقل». ولهذا الغرض يقدم على إثبات سلب هذه القضية : ثمة أشياء لا يمكن تخيلها، أي لا يمكن تصورها بالخيال بأي وجه من الوجوه ومع ذلك فإنه يمكن إثبات وجودها بالعقل. يعني ذلك أنه لا يوجد أي مبدإ يسمح بالانتقال بواسطة المخيلة الى الحقيقة المتيافيزيقية. يقول :

«إعلم أن ثم أشياء إن اعتبرها الإنسان بخياله فلا يتصورها بوجه، بل يجد امتناع تخيلها كامتناع اجتماع الضدين. ثم صح بالبرهان وجود ذلك الأمر الممتنع تخيله وإبرازه للوجود» (ص 214).

لقد سبق أن بيّنا في مناسبة أخرى ,(Rashed, 1987) أن ابن ميمون يتناول بهذه العبارات مسألة أثارها الرياضي السجزي في القرن العاشر مع تحويل لوجهتها، هي مسألة تخص إمكانية إقامة البرهان على أمور لا يمكن مع ذلك تصورها. ويعتمد ابن ميمون على نفس المثال الذي ناقشه السجزي وهو القضية II .14 من كتاب **المخروطات** لأبلونيوس المتعلقة بالخطوط المقاربات لـلقطع الزائد المتساوي. إن المنحني والخطوط المقاربة له ماضية في التقارب بحسب تمديدنا لها ومع ذلك فإنّها لا تلتقي أبدا :

«وهذا لا يمكن أن يتخيل ولا يقع في شبكة الخيال بوجه. وذانك الخطان أحدهما مستقيم والآخر منحن كما بان هناك. فقد تبرهن وجود ما لا يتخيل ولا يدركه الخيال، بل هو ممتنع عنده»، (ص 215).

إن التخيل الذي يذكره ابن ميمون هو التخيل الرياضي، وحتى بالنسبة إليه فإنه لا يوجد أي شيء يؤمّن بلوغه الحقيقة في الإلاهيات. ومع ذلك فإنه بوسعنا أن نؤكد بدون مجازفة أن ما يصدق في التخيل الرياضي يصدق أيضا في كل أشكال هذه الملكة. تبدو الإشارة الى هذه القضية من المخروطات أقوى من مجرد المثال، إنها في نظر ابن ميمون طريقة يستعيرها الإلهي من الرياضيات.

ختاما، فإن ابن ميمون على غرار أسلافه وجد في الرياضيات وفي آن واحد نموذجا للإنشاء وإجراءات للبرهنة ووسائل للاستدلال. فليست الرياضيات في نظره مجرد مدخل لتعلم الفلسفة، ومن هنا نفهم أنه إنما سخر وقته وطاقته لتحصيل معرفة ـ ولو متواضعة ـ لأنه اعتبر مثل سابقيه أن هذه المعرفة تمثل مهمة فلسفية في العمق أي مهمة تقديم حلول رياضية لمسائل إلهية.

II ـ الرياضيات داخل التأليف الفلسفي والمنحى «الصوري» للأنطولوجيا : ابن سينا ونصير الدين الطوسي

يخصص ابن سينا (980 ـ 1037) في موسوعة الشفاء الضخمة كما في كتاب دانش نامه منزلة هامة متميزة للعلوم الرياضية. ولو اعتبرنا كتاب الشفاء لوحده لوجدناه يخصص لها ما لا يقل عن أربع مؤلفات

يجب أن نضيف إليها كتابات مستقلة في علم الهيئة والموسيقى. ويكتسي حضور الرياضيات في هذه المؤلفات معنيين، وهذا أمر لم يلق انتباها كافيا. لقد رأينا كيف كان اهتمام الكندي بالرياضيات باعتباره فيلسوفا ورياضيا. فقد كان رياضيا في تأليفاته في المرايا المحرقة وفي المناظر وعمل الرخامة والهيئة وكذلك في شرحه لأرخميدس. إلاّ أن الرياضيات كانت أيضا مصدر إلهام ونموذج استدلال بالنسبة الى الفيلسوف. لقد استمرت سنة الكندي بعده في كتابات محمد بن الهيثم. أما ابن سينا فقد كان انتسابه الى هذه السنة جزئيا. وكانت معرفته بالرياضيات واسعة مع أنها تقليدية إذ كان ملما بمؤلفات إقليدس ونيقوماخوس الجهراسيني وثابت بن قرة في خصوص الأعداد المتحابة على الأرجح. وكانت له معرفة بعلم الجبر في بدايته وبنظرية الأعداد وبعض الأعمال في التحليل الديوفنطي لكنه فيما يبدو كان يجهل عمل البحث المعاصر له كما يظهر ذلك في تصريحاته حول الشكل المسبع المتساوي الأضلاع. يمكننا الجزم بدون مجازفة أن اطلاع ابن سينا كان على قدر من الجودة يسمح له بالاشتغال ببعض التطبيقات الرياضية لكن دون أن يكون قد أقدم على عمل في البحث حقيقي.
من الخطإ إذن أن نحصر معرفة ابن سينا بالرياضيات في أصول إقليدس أو في **المدخل إلى علم العدد** لنيقوماخوس، ونخطىء أيضا لو جعلنا منه رياضيا من مستوى رياضيي القرن العاشر كما كان الكندي في مستوى رياضيي القرن التاسع. يختلف دور الرياضيات في نظر ابن سينا ـ الذي كان منطقيا كبيرا وفيلسوفا إلاهيا وطبيبا ـ عما كان عليه في نظر الكندي. فلم تعد مصدر إلهام لبعث البحوث الفلسفية فقط بل هي جزء لا يتجزأ من التأليف الفلسفي، وهذا هو معنى

حضور أربعة كتب مخصصة على التوالي الى الرباعي (le quadrivium)، في موسوعة الشفاء. المسألة كلها تتمثل في قيس مستتبعات هذا الحضور.

وبالفعل، إذا اكتفينا بتصريحات ابن سينا في خصوص منزلة الرياضيات وطبيعة موضوعاتها وعدد فروعها، فإننا نستنتج أنه وريث للتقليد إذ يحدد منزلة الرياضيات بالاعتماد على النظرية الأرسطية في تصنيف العلوم المؤسسة بدورها على مذهب الوجود الشهير، ويحدد موضوعاتها بالاعتماد على نظرية التجريد. أما عدد فروعها، فهو نفسه الذي خلفه التقليد اليوناني القديم. فالرياضيات هي إذن «العلم الأوسط» في فروع الفلسفة النظرية الثلاثة التي تتوزع موضوعاتها بين الطبيعيات والرياضيات والإلهيات حسب ترتيب يتّبعه كتاب الشفاء يعتمد على معياري درجات مادية المواضيع وحركتها. فالرياضيات تهتم إذن بمواضيع مجردة من المحسوسات ومفارقة للأشياء الطبيعية المادية والمتحركة. وفروعها هي الحساب والهندسة والهيئة والموسيقى. هذا المذهب في تصنيف العلوم هو المذهب الذي يعود إليه ابن سينا دائما سواء في المدخل أو في الإلهيات وكذلك في رسالة صغيرة خصصها لتصنيف العلوم :

«فأصناف العلوم، إما أن تتناول إذن اعتبار الموجودات من حيث هي في الحركة تصورا وقواما، وتتعلق بمواد مخصوصة الأنواع، وإما أن تتناول اعتبار الموجودات من حيث هي مفارقة لتلك تصورا لا قواما، وإما أن تتناول اعتبار الموجودات من حيث هي مفارقة قواما وتصورا.

فالقسم الأول من العلوم هو العلم الطبيعي، والقسم الثاني هو العلم الرياضي المحض وعلم العدد المشهور منه. وأما معرفة طبيعة

العدد من حيث هو عدد فليس لذلك العلم. والقسم الثالث هو العلم الإلهي. وإذ الموجودات في الطبع على هذه الأقسام الثلاثة، فالعلوم الفلسفية النظرية هي هذه. وأما الفلسفة العملية فإما أن تتعلق بتعليم الآراء التي تنتظم باستعمالها المشاركة الإنسانية العامية وتعرف بتدبير المدينة وتسمى علم السياسة، وإما أن يكون ذلك التعلق بما تنتظم به المشاركة الإنسانية الخاصية وتعرف بتدبير المنزل، وإما أن يكون ذلك التعلق بما تنتظم به حال الشخص الواحد في زكاء نفسه ويسمى علم الأخلاق» (المدخل ص 14).

لا جديد في هذا التصور. وإذا مكثنا عند هذا الانحياز الأرسطي، فإننا لن ندرك دور الرياضيات الحقيقي في كتاب الشفاء. قد يتوجب علينا أن نتساءل قبل كل شيء عما إذا كان هذا الموقف المبدئي يتوافق مع معرفة ابن سينا بالرياضيات وعما إذا كان التصنيف النظري يعكس تصنيفا واقعيا محتملا للرياضيات. إلا أن قيس التباعد بين التصنيفين - إن كان ثمة تباعد - يستدعي التعرف قبل ذلك على دراسات ابن سينا الرياضية. لن نتعرض هنا إلاّ إلى علم الحساب حتى لو كانت الهندسة قد وفرت لابن سينا مواضيع تفكير (نذكر على سبيل المثال المسلمة الخامسة في كتاب دانش نامه).

لنبدأ من المستوى البيوغرافي : الكل يعلم - من شهادات مؤرخي المؤلفين والمصنفات كالبيهقي وابن العماد وابن خلكان وابن أبي أصيبعة - أن ابن سينا تلقن الحساب الهندي والجبر في نفس الفترة التي تعلم فيها الفلسفة، وأنه لن يدرس المنطق وكتاب العناصر لاقليدس والمجسطي إلا لاحقا. يروي البيقهي أنه :

«لما بلغ عشر سنين حفظ أشياء من أصول الأدب وأبوه كان يطالع ويتأمل رسالة إخوان الصفاء وهو أيضا يتأملها أحيانا. وكان أبوه يوجهه إلى بقال يبيع البقل ويعرف حساب الهند والجبر والمقابلة يقال له محمود المساح» (تاريخ حكماء الإسلام، ط. كرد علي ص 53).
ويروي ابن العماد نقلا عن ابن خلكان نفس الخبر :

«ولما بلغ عشر سنين من عمره كان قد أتقن علم القرآن العزيز والأدب وحفظ أشياء من علوم الدين وحساب الهند والجبر والمقابلة» (شذرات الذهب، III ص 234).

ويقول ابن سينا : «وأخذ (أبي) يوجهني إلى رجل كان يبيع البقل ويقوم بحساب الهند حتى أتعلمه منه». (القفطي، تاريخ الحكماء، ص 413، ابن أبي أصيبعة، عيون الأنباء، ن 1965، ص 437).

لم يكن هذان الفرعان الحديثان ـ الحساب الهندي والجبر ـ معروفين عند الفلاسفة الإسكندرانيين ولا يمكن أن يأخذا مكانهما في تصنيف العلوم التقليدي بدون أن يحدثا على الأقل تغيرا في نظامه العام أو أن يقلبا التصورات التي يقوم عليها، ولم يكن حضورهما في تصنيف ابن سينا إلا بعنوان «الأقسام الفرعية» للحساب. ولا نجد عند ابن سينا تفسيرا لعبارة «الأقسام الفرعية» بل يقتصر على تعدادها :

«من فروع العدد عمل الجمع والتفريق بالهندي، وعمل الجبر والمقابلة. ومن فروع الهندسة علم المساحة وعلم الحيل المتحركة وعلم جر الأثقال وعلم الأوزان والموازين وعلم الآلات الجزئية وعلم المناظر والمرايا وعلم نقل المياه. ومن فروع علم الهيئة عمل الزيجات والتقاويم، ومن فروع علم الموسيقى اتخاذ الآلات العجيبة الغريبة مثل الأرغل وما أشبهه». (أقسام العلوم العقلية، ص 112).

هكذا فقط نعرف أن الحساب الهندي والجبر هما من الأجزاء الفرعية لعلم العدد. لكن عدد الفروع التي يذكرها ابن سينا في تصنيفه لا يقف عندهما. وقد ذكرنا سابقا الكتاب الذي خصصه ضمن الشفاء للعلم المسمى أرثماطيقي ويجب أن نضيف إليه فرعين آخرين. أولهما هو الحساب الذي لم يحدّد ابن سينا منزلته وإن كان ذكره باسمه أما الثاني وهو التحليل الديوفنطي الصحيح فإنه لا يمثل هنا إلا من خلال موضوعاته.

ثمة إذن ستّة فروع وهي نظرية الأعداد والأرثماطيقي والحساب الهندي والجبر والحساب والتحليل الديوفنطي الصحيح، هذه الفروع تتداخل وأحيانا تتطابق لتشمل دراسة الأعداد. إن واقع الرياضيات هو ببداهة أكثر تعقدا مما كان يبدو عليه حسب التخطيط العام لتصنيف العلوم. لكننا لن نستطيع فك هذا التشابك بين هذه الفروع وتوضيح علاقاتها إن لم نذكر بإيجاز أعمال الرياضيين آنذاك. فقد كانوا يميزون بين الحساب المندرج في السنة الهلينستية وتطويرها العربي ويخصونه باسم «علم العدد» من جهة وبين ما يسمونه بالارثماطيقي. ويحيل هذان الفرعان على الرغم مما يوجد بينهما من قرابة إلى سنتين متميزتين. اذ تحيل عبارة «علم العدد» على السواء إلى الكتب الارثماطيقية من أصول إقليدس وإلى أعمال لاحقة كأعمال ثابت بن قرة، في حين أن التسمية اليونانية المعجمة كانت تطلق على سنة الفيثاغوريين المحدثين في علم العدد بالمعنى الذي قصده نيقوماخوس الجهراسيني في كتاب المدخل مع أن ثابت بن قرة كان قد نقله تحت عنوان «المدخل الى علم العدد» (انظر قائمة المصادر). يبدو هذا الفرق في التسمية ـ وإن لم يكن منسقا تماما ـ وكأنه يقيس المسافة بين هذين الفرعين. ولنتبين كيف فهم الرياضيون فيما بعد هذا الفارق، لنقرأ ابن الهيثم في هذا الصدد:

«وخواص العدد تتبين على وجهين : أحد الوجهين هو الاستقراء، فإنه اذا استقـريت الأعداد وميزت، وجدت بالتمـييز والاعتبار جميـع الخواص التي لها. ووجود خواص العدد بهذا الوجه يسمى الارتماطيقي، ويتبين ذلك في كتاب الارتماطيقي. والوجه الآخر الذي يتبين خواص العدد هو البراهين والمقاييس. وجمع خواص العدد المدركة بالبراهين هو الذي تتضمنه هذه المقالات الـثلاث [لإقليدس] أو ما يرجع إليها» .(Rashed, 1980, p. 236)

هنالك إذن علمان متميـزان فـي نـظـر هـذا الـريـاضـي الـبـارز. ولهذه الملاحظة أهمية بالغة، خصوصا أن ابن الهيثم كان يلح دائـمـا وبدون استثناء على توفير براهين صارمة. وفعلا فقد وفـرت هـاتـان السنتان ـ في القرن العاشر على الأقل ـ تصورا واحدا لـلـمـوضـوع الرياضي : نظرية للأعداد الصحيحة ممثلة بمقـاطـع خـطـوط، إلا أن نظرية الأعداد كانت خاضعة إلى معيار برهاني اضطراري في حين كان الحساب يكتفي بمجرد الاستقراء. إذن، و في نظر علماء القرن العاشر لم يكن اختلاف السـنّتين يتجاوز التمييز بين منهجيتـين ومـعـيـاريـن للمعقولية.

ونجد فعلا عند ابن سينا تعبيرا عن نفس التصور للعلاقة بين هذين الفرعين للرياضيات. يرد علم الارتماطيقي مرتين في كتـاب الشفاء. مرة أولى في كتاب الهندسة حيث يعرض ابن سينا تلخيصا للأجـزاء الارتماطيقية من أصول إقليدس ومرة ثانية عرض فيها تحريره الخـاص لكتاب الارتماطيقـي وهو تحرير سوف يتداول ويدرس من بعد طيلـة قرون، مع أن الأسس الحقيقية لهذه الصياغة مأخوذة في أغلبها وباعتراف ابن سينا من كتاب الأصول. قد يفسر هذا التصور للعلاقة بين هذين

الفرعين للرياضيات لماذا لم يقتصر ابن سينا على تلخيص موجز لنيقوماخوس كما فعل بنظرية الأعداد في «أصول» إقليدس. ويتضح عندئذ ابتعاده عن التقليد الفيتاغوري المحدث إذ أطردت من الأرتماطيقي ـ باعتبار أنه علم ـ كل الخواطر الأنطولوجية والكسمولوجية التي كانت تثقل مفهوم العدد ولم يبق إلا المرمى المشترك لكل فروع الفلسفة ـ نظرية كانت أو عملية ـ ألا وهو تحصيل كمال النفس. فالفيتاغوريون هم المستهدفون بهذا الانتقاد. يقول ابن سينا :

«ومن عادة المتكلمين في صناعة العدد أن يوردوا في هذا الموضع وفيما يجري مجراه كلاما خارجا عن الصناعة ومع ذلك خارجا عن عادة البرهانيين وأشبه شيء بقول الخطباء والشعراء. فليهجر ذلك» (الأرتماطيقي، ص 60. [ملاحظة : يوضح ابن سينا إشارته الى «المتكلمين في صناعة العدد» إذ يسميهم في نفس السياق بالفيتاغوريين]).

مع هجره لهذا التقليد، بوسع ابن سينا أيضا أن يهجر هنا جزئيا اللغة التقليدية وأن يستعيض عنها بلغة الجبريين للتعبير عن قوى العدد الصحيح المتتالية، كما فعل الفلاسفة باستعمال عبارات «مال» و«كعب» و«مال مال» أسماءً لتلك القوى (نفس المرجع، ص 19).

في هذه الحالات، لم يعد هناك مانع من أن يدرج ابن سينا في كتاب الارتماطيقي نتائج وقع تحصيلها في مواقع أخرى بدون أن يضطر إلى ذكر براهينها، وإن كانت تلك البراهين موجودة ومتوفرة. هذا ما فعله عندما تقبل بأسلوبه الإقليدسي الخالص وبدون برهان مبرهنة ثابت بن قرة في خصوص الأعداد المتحابة وكذلك عندما ذكّر بالعديد من مسائل التوافق.

«إذا جمعت أعداد زوج الزوج والواحد معهما، فاجتمع عدد أول بشرط أن يكون إذا زيد عليهما آخرها ونقص الذي قبله كان المبلغ بعد الزيادة والمبلغ بعد النقصان أوليا. فضرب المبلغ المزيد عليه في المبلغ المنقوص، ثم ضرب ما اجتمع في آخر المجموعات، حصل عدد له حبيب، وحبيبه العدد الذي يكون من زيادة مجموع الزائد والناقص المذكورين ضربا في آخر المجموعات على العدد الموجود أولا الذي له حبيب وهما متحابان»، (**الشفاء، الأرتماطيقي**، ص 69).

ينبغي أن نضيف إلى هاتين السنتين سنة ثالثة يشير إليها ابن سينا. ففي الجزء المنطقي من الشفاء والذي يخص البرهان، يذكر ابن سينا مثالا لأول حالة لنظرية فرما (Fermat) وقد سبق أن تناوله رياضيان على الأقل في القرن العاشر، هما الخوجندي والخازن :

«لو إن إنسانا سأل. . . عن عددين مكعبين هل يجتمع منهما مكعب كما يجتمع من عددين مربعين مربع، فقد سأل مسألة حسابية» (البرهان 194 ـ 195).

يتبين لنا بدقة أن عبارة «حساب» تبدو كأنها تدل على فرع معرفي يشمل معا فروعا مختلفة عن النظرية الإقليدسية في الاعداد وعن الارتماطيقي، إذ يبدو أن ابن سينا يقصد بها علما يشتمل على كل العلوم المتناولة للأعداد، منطقة كانت أو صمّاء جبرية. ولا تبقي الفقرة الأخيرة من كتاب الأرتماطيقي مجالا للشك في ذلك إذ نقرأ فيها ما يلي :

«فهذا ما نقوله في علم الأرتماطيقي وقد تركنا أحوالا اعتبرنا ذكرها في هذا الموضع خارجا عن قانون الصناعة. وقد بقي في علم الحساب

ما يغني في الاستعمال والاستخراج وهو في العمل مثل الجبر والمقابلة والجمع والتفريق الهندي وما يجري مجراها. والأولى في أمثال ذلك أن تذكر في الفروع»، (الأرثماطيقي، ص 69).

كل الدلائل تشير إلى أن ابن سينا قد قصر دراسته في الارثماطيقي وفي تلخيصه لكتب الحساب لإقليدس على الأعداد الصحيحة الطبيعية، شأنه في ذلك شأن معاصريه. وبمجرد أن تعترضه مسائل تستدعي النظر في الشروط اللازمة لمعرفة إن كان العدد منطقا أو أصما، سواء كان بالبحث عن نتيجة منطقة موجبة أو بصفة أعم بالنظر في فئة من الأعداد الصماء، فإن ذلك النظر يجد نفسه خارج هذين العلمين. تشتمل إذن عبارة «الحساب» على كل هذه البحوث التي تجرى في فروع مختلفة مثل الجبر والحساب الهندي وغيرها من الفروع الشبيهة بها. وتكتسي هذه الفروع وجها أداتيا تطبيقيا إن صح التعبير يجعلها في تقابل مع نظرية الأعداد القديمة. وبالفعل، فإن ابن سينا يعتمد على هذا المظهر الأداتي والتطبيقي ليميز داخل تصنيفه جملة «الأقسام الفرعية» ويعرفها بحسب ذلك. وكذلك كان الشأن بالنسبة إلى «الأقسام الفرعية» للعلم الطبيعي وهي الطب والتنجيم والفراسة وتعبير الرؤى والكهانة وعلم الطلاسم والشعوذة والكيمياء.

لكن لكي نفهم ابتعاد ابن سينا عن التصنيفات التقليدية اليونانية والهلينستية وعن تصنيفه النظري هو بالذات، فإنه يجدر بنا الرجوع الى واحد من أسلافه وهو الفارابي (872 ـ 950). إن معرفة ما إذا كانت لرسالة ابن سينا في أقسام العلوم العقلية صلة بتصنيف الفارابي للعلوم هي مسألة أثارها شتاينشنايدر (Steinshneider) لأول مرة وكان جوابه أن لا علاقة بين الدراستين. وأكد فيدمان (Wiedmann) فيما

بعد (1970، ص 327) هذا الرأي إذا اعتبر أن ابن سينا يقدم عرضا للعلوم مستقلة عن بعضها خلافا للفارابي الذي يعرف العلوم ويحدد خاصياتها بحسب تبعيتها بعضها لبعض.

إن المقارنة بين الأثرين هي أمر لازم إذ يبين فحص «الأقسام الفرعية» التي يذكرها ابن سينا أنها لا تختلف عن الفروع التي يجمعها الفارابي تحت عنوان «علم الحيل» ويعرفها كما يلي :

«وأما علم الحيل، فإنه علم وجه التدبير في مطابقة جميع ما يبرهن وجوده في التعاليم التي سلف ذكرها بالقول والبراهين على الأجسام الطبيعية وإيجادها ووضعها فيها بالفعل» (إحصاء العلوم، ص 108).

يتمثل موضوع الرياضيات حسب الفارابي في الخطوط والسطوح والأجسام والأعداد، وتنظر فيها الرياضيات على أنها معقولة بذاتها و«منتزعة» أي مجردة من الأشياء الطبيعية، وتقتضي معرفة المعاني الرياضية أو تحقيقها إراديا في الموجودات المادية تصميم إجراءات واختراع طرق تمكن من تجاوز العقبات المتأتية من الوجود المادي والحسي لتلك الأشياء. ومن جملة هذه «التدابير» التي يشملها علم العدد، يذكر الفارابي ما هو «معروف عند أهل زماننا بالجبر والمقابلة وما شاكل ذلك» مضيفا أنه «مشترك للعدد والهندسة» (نفس المرجع، ص 109).

«وهو يشتمل على وجوه التدابير في استخراج الأعداد التي سبيلها أن تستعمل فيما أعطى إقليدس أصولها من المنطقة والصم في المقالة العاشرة من كتابه في الأسطقسات وفيما لم يذكر منها في تلك المقالة، وذلك أن المنطقة والصم لما كانت نسبة بعضها الى بعض كنسبة أعداد إلى أعداد كان كل عدد نظيرا لعظم ما منطق أو أصم. فإذا استخرجت

الأعداد التي هي نظائر نسب الأعظام فقد استخرجت تلك الأعظام بوجه ما. فلذلك نجعل بعض الأعداد منطقة لتكون نظائر للأعداد المنطقة وبعض الأعداد صما لتكون نظائر للأعداد الصم» (نفس المرجع، ص 109).

يميز هذا النص الحاسم علم الجبر بحسب اعتبارين، فهو علم يقيني كسائر العلوم، لكنه مع ذلك لا يمثل مجال تطبيق لعلم واحد، بل لعلمين هما الحساب والهندسة. أما موضوعه فيشمل على السواء المقادير الهندسية والأعداد المنطقة منها والصماء الجبرية. إزاء هذا الفرع الجديد من المعرفة لا يسع التصنيفات الجديدة للعلوم ـ إن كانت تطمح إلى الشمولية والاستقصاء ـ إلا تقبله بحكم الواقع وهي مضطرة إلى تقديم مبررات ـ أيّا كانت ـ لتخليها عن بعض الأطروحات الأرسطية. لهذا الغرض إذن صيغت تسميات مثل «علم الحيل» و«أقسام فرعية» حتى يمكن ترتيب مجال غير أرسطي داخل تصنيف يبقى منطلقه أرسطيا.

إن لهذا التحوير على الصعيد الفلسفي مدى أوسع وبالأخص أعمق من أن يكون مجرد تغيير في التصنيف. إذا كانت أحقية الجبر في منزلته العلمية عامة مع أنه مشترك للحساب وللهندسة فذلك لأن موضوعه «المجهول الجبري» أو «الشيء» يشير على السواء الى العدد والمقدار الهندسي. بل أكثر من ذلك لما كان من الممكن أن يكون العدد منطقا أو أصمّا، فإن «الشيء» يشير إلى مقدار لا يمكن معرفته إلاّ بالتقريب، يجب إذن أن يكون موضوع الجبريين له عمومية تسمح له بقبول محتويات مختلفة. ومع ذلك يجب أن يكون وجوده مستقلا عن محدداته إذ أن هذا الاستقلال هو الضامن لتحسين معرفته التقريبية.

من البديهي أن النظرية الأرسطية لا تستطيع تحديد المنزلة الأنطولوجية لمثل هذا الموضوع وهذا ما يوجب ابتكار نظرية أنطولوجية جديدة تسمح بالتحدث عن موضوع لا يملك خاصيات تحدد مصدر تجريده. ويجب أن تكون هذه الأنطولوجيا على نحو يتيح لنا معرفة موضوع ما من غير أن نكون قادرين على تصوره بالتحديد.

ونشاهد فعلا ابتداءً بالفارابي وفي الفلسفة الإسلامية تطورا أنطولوجيا «صوريّا» إلى حدّ ما يكفي للاستجابة الى المتطلبات التي ذكرناها. في هذه الأنطولوجيا، يكتسي «الشيء» معنى أعم من معنى الوجود. يقول الفارابي في هذا الصدد : «الشيء قد يقال على كل ما له ماهية ما كيف كان، كان خارج النفس أو كان متصورا على أي جهة كان». أما «الموجود، [ف] إنما يقال على ما له ماهية خارج النفس ولا يقال على ماهية متصورة فقط» بحيث أنه يمكن أن يقال عن المحال أنه «شيء» ولا يقال إنه موجود (الحروف 128).

سوف يتأكد على صعيد تاريخ الرياضيات هذا الاتجاه «الصوري» في الفترة ما بين الفارابي وابن سينا، إذ يعطي الكرجي خصوصا منزلة أعم إلى الجبر ويؤكد توسع معنى العدد، في حين يذهب البيروني وهو معاصر لابن سينا إلى أبعد من ذلك ولا يتردد في القول :

«لمحيط الدائرة إلى قطرها نسبة ما، فلعدده إلى عدده كذلك نسبة وإن كانت صمّاء» (القانون المسعودي I، ص 303).

على صعيد فلسفي وباعتبار التزامه الميتافيزيقي يستوعب ابن سينا تصور الفارابي داخل نظرية أكثر نسقية يعرضها في كتاب الشفاء . فالشيء هو ـ كالموجود والضروري ـ معطى أول «يرتسم في النفس ارتساما أوليا» بحيث يكون مبدأ لكل المعاني الأخرى. إلاّ أن «الموجود

يحيل إلى شيء مثبت ومحصل في حين أن الشيء هو ما يقع عليه الوصف. فكل موجود شيء لكن العكس غير صحيح وإن كان من المستحيل أن يكون الشيء لا موجودا في الأعيان ولا موجودا في الذهن» (**الإلهيات** I، ص 29 و195 وما يليها). لا يتسع المجال هنا لعرض مذهب ابن سينا في الأنطولوجيا ويكفينا أن نذكر أنه ليس أفلاطونيا ولا أرسطيا فهذه الأنطولوجيا مستوحاة ـ جزئيا على الأقل ـ من المكاسب الرياضية.

إذا كانت الرياضيات جعلت ابن سينا ينحو بالأنطولوجيا في اتجاه نوعا ما صوري، فقد كان لها أيضا تأثير على أنطولوجيا الفيض، وسوف نعرض لذلك فيما بعد عند الحديث عن شرح الطوسي.

يمثل الفيض الصادر من الواحد على العقول والأفلاك والعوالم الأخرى (عالم الطبيعة والموجودات الجسمية) أحد المذاهب المركزية في إلاهيات ابن سينا. إلا أن هذا المذهب يطرح مسألة تتعلق بالإلهيات وبنظرية التعقل معا : كيف يكون صدور الكثرة عن الواحد مع ما في هذه الكثرة من تركيب يشمل معا مادة الأشياء وصور الأجسام والنفوس الإنسانية. إن الازدواج الأنطولوجي والتعقلي يجعل من السؤال عقبة وصعوبة منطقية وميتافيزيقية ينبغي حلها. من هنا نفهم ـ ولو جزئيا ـ عودة ابن سينا في مؤلفاته المختلفة إلى مذهب الفيض وضمنيا، إلى هذا السؤال.

قد تبين لنا دراسة التطور التاريخي لفكر ابن سينا كيف أنه صحح صياغته الأولى لمذهب الفيض بالنظر إلى هذه الصعوبة : لنقتصر هنا على كتابي **الشفاء** و**الإشارات والتنبيهات** حيث يعرض ابن سينا مبادىء هذا المذهب والقواعد التي يخضع إليها فيض الكثرة عن الواحد. يبدو

تفسيره واضح المفاصل والترتيب لكنه مع ذلك يفتقر إلى قوة الحجة الصارمة إذ لا نجد فيه قواعد للتركيب مواتية لأداء دلالات الفيض، وهذا بالذات هو موطن الصعوبة في مسألة انحدار الكثرة عن الواحد. إلاّ أن هذه المسألة قد أدركت وطرحت منذ عهد بعيد. ولم يقتصر نصير الدين الطوسي ـ وهو رياضي وفيلسوف وشارح لابن سينا ـ على إدراك الصعوبة، بل أقدم على حلها بتقديم القواعد التركيبية المفتقدة.

إن فهم مساهمة الطوسي يستدعي العودة إلى ابن سينا لا للتذكير بعناصر مذهبه فحسب، بل للإمساك ـ وإن قليلا ـ بالمبدإ الصوري الذي كان حضوره يسمح بإدراج قواعد التركيب في تناول المسألة. وفعلا فإن هذا المبدأ هو الذي مكّن ابن سينا من تقديم عرضه في صيغة استنتاجية. فقد كان في حاجة أكيدة إلى تأمين وحدة الوجود بحيث يقال الوجود على كل شيء حسب نفس المعنى. ثم إنه كان في حاجة إلى تأمين تمييز قطعي بين المبدإ الأول وبين مخلوقاته. لهذا الغرض، طور ابن سينا تصورا عاما ـ وبمعنى ما صوريا ـ للموجود. فباعتباره موجودا فإنه لا يحمل أي تخصيص حتى لو كان تخصيصا بحسب الجهات فهو موجود فقط. فليس هو بجنس، بل «حال» لكل موجود يمكن إدراكه بمجرد تقابله العقلي مع عدم الوجود. وهو تقابل عقلي فقط لا يقتضي ترتيبا زمانيا. من جهة أخرى فإن المبدأ الأول هو الموجود الوحيد الذي يكون وجوده من ذاته. [ملاحظة : يميز ابن سينا في خصوص كل الموجودات بين اعتبار الذات واعتبار الوجود. انظر في هذا الصدد (Goichon, 1992; D. Saliba, 1926; Verbeke, 1977).

فالمبدأ الأول هو الوحيد الذي يكون واجب الوجود ويمثل حالة وحيدة يتطابق فيها الوجود والماهية. أما الموجودات الأخرى، فإن

الوجود يتأتى لها من المبدإ الأول عن طريق الفيض. توفر هذه الأنطولوجيا والكسمولوجيا المصاحبة لها ثلاثة زوايا نظر لاعتبار الموجودات : من حيث هي موجودة، ومن حيث هي صادرة عن الأول(انظر : Gardet, 1951; Heer, 1992; Hasnawi, 1990; Druart, 1992; Morewedge, 1992; Owens, 1992) ومن حيث ماهياتها (تكشف الزاويتان الأوليان ضرورة الموجود، في حين تكشف الزاوية الثالثة إمكانيته) . تلك هي إجماليا المعاني التي سوف يقيم عليها ابن سينا مسلماته التالية.

1) ثمة مبدأ أول، هو واجب الوجود بذاته، واحد غير منقسم بأي وجه من الوجوه وليس هو بجسم ولا في جسم.

2) جملة الوجود فائضة عن المبدإ الأول.

3) ليس الفيض على سبيل القصد ولا لأجل غرض، بل هو لازم عن وجود المبدإ الأول، أي عن تعقله لذاته.

4) لا يصدر من الواحد إلا الواحد.

5) ثمة ترتيب في الفيض : من الأكمل وجودا إلى الأدون وجودا.

قد تبدو بعض هذه الفرضيات متناقضة : مثل الفرضيتين 2 و4. وقد يشك في أن بعضها يؤدي إلى نتائج متناقضة. تداركا لهذا الانطباع الأولي، يدرج ابن سينا أثناء الاستدلال تحديدات إضافية. وهكذا من 1, 2, 4, 5، يلزم أن جملة الوجود، زيادة على المبدإ الأول، هي جملة مرتبة بحسب علاقة منطقية وأكسيولوجية معا. وهي علاقة السابق والتالي أي بحسب القدم في الوجود ودرجة الفضل. فإذا استثنينا المبدأ الأول، فإنه لا يكون لكل موجود إلاّ سابق واحد (هو

بدوره كذلك)، ومن جهة أخرى، فإنه لا يكون لكل موجود، بما في ذلك المبدأ الأول إلا تال واحد. لكن ابن سينا وشارحه الطوسي كانا يعلمان أن هذا الترتيب، إذا أخذ حرفيا، فإنه يمنع وجود كثرة تكون أفرادها متزامنة، أي مستقلة عن بعضها البعض، لا أولوية منطقية ولا تفاوت في الفضل بينها. فهذا الإمتناع يبين فساد الترتيب كما يقول الطوسي ويستدعي توضيحات إضافية كما أنه يقتضي موجودات متوسطة.

إلا أن 1 و2 يمنعان من جهة أخرى أن يكون صدور الكثرة بمقتضى «نزوعات» و«جهات» في المبدإ الأول، إذ يؤدي ذلك إلى نفي وحدانيته وبساطته. أخيرا من 3 و4 و5، يلزم أن لا يكون تصور الفيض الذي هو فعل المبدأ الأول على نحو تصور الفعل الإنساني إذ يخلو الفاعل من كل قصد وغرض. كل هذا يملي ضرورة إدراج موجودات «متوسطة» تكون مرتبة بلا شك، لكنها تمكّن من فهم الكثرة والتركّب.

لنبدأ من المبدإ الأول، إذ ينبغي أن تكون البداية منه، ولنسمه كما فعل ابن سينا في رسالته النيروزية «أ» وهو أول حروف المعجم. يعقل المبدأ الأول ذاته بذاته، وفي تعقله لذاته، فإنّه يعقل جملة الوجود التي هو مبدؤها (الإلهيات، II، ص 402، س 16)، دون أن يكون في ذاته مانع من صدور هذه الكثرة ولا رفض لها. بهذا المعنى فقط، ينبغي أن يقال عن المبدإ الأول إنه فاعل لجملة الوجود.

لكن إن سلمنا بذلك، فإنّه يبقى تفسير كيف يحصل هذا الفيض لجملة الوجود من غير اضطرار إلى أية زيادة قد تناقض وحدة المبدإ الأول. فحسب 1 و4 و5، لا يصدر عن الأول إلا موجود واحد يكون بالضرورة في رتبة ثانية من حيث الوجود والكمال، لكن لما كان هذا

الموجود صادرا عن مبدإ هو واحد محض وبسيط وفي نفس الوقت حق محض وقوة محضة وخير محض ـ وهذه صفات لا توجد في ذاته متميزة عنها بحيث تؤمّن وحدة المبدإ الأول ـ فإن هذا الفيض الأول لا يمكن أن يكون إلا عقلا محضا. يراعي هذا الاقتضاء المبدأ 4 إذ لو لم يكن هذا العقل محضا للزم صدور كثرة عن الواحد. هذا هو إذن العقل الأول المفارق وهو معلول المبدإ الأول. لنسمه كما فعل ابن سينا «ب».

يتوفر الآن كل ما يحتاجه تفسير الكثرة والتركّب. فمن حيث ذاته، يكون هذا العقل المحض معلولا، وبالتالي ممكنا، لكن باعتبار صدوره عن الأول وتعقل الأول له، فإنه واجب. ينضاف إلى هذا الازدواج الأنطولوجي كثرة عقلية إذ يعلم هذا العقل أنه في ذاته وفي وجوده ممكن أي أن ذاته تختلف عن ذات المبدإ الأول التي هي واجبة. لكنه من جهة أخرى يعلم المبدأ الأول باعتباره واجبا، وأخيرا يعلم وجوب وجوده بما هو صادر عن المبدإ الأول. هذا تقديم لما يقوله ابن سينا في الشفاء وهو تقديم يعتمد عباراته يجيب مسبقا على اعتراض محتمل إذ يُبيّن أن هذه الكثرة وهذا التركب لا يمثلان خاصية وراثية إن صح التعبير تحصل للعقل المحض وراثة عن المبدإ الأول وذلك لسببين. السبب الأول هو أن إمكانية وجود هذا العقل منسوبة إلى ذاته وليس إلى المبدإ الأول الذي وهبه وجوب وجوده. من جهة أخرى، فإن إدراكه لذاته هو ـ تماما كإدراكه للأول ـ كثرة ناتجة عن لزوم وجوده عن المبدإ الأول. بالاعتماد على هذه التوضيحات يستطيع ابن سينا أن يدفع عن نفسه تهمة إسناد هذه الكثرة إلى المبدإ الأول.

بعد ذلك، يصف ابن سينا كيف تصدر عن العقل المحض العقول

المفارقة الأخرى وكذلك الأفلاك والأنفس التي تأتي بواسطتها العقول أفعالها. فمن العقل المحض «ب» وتعقله لـ«أ» يصدر عقل ثان، ليكن «ج». ومن تعقله لذاته تصدر نفس الفلك التاسع. ومن تعقله لوجوده من حيث هو ممكن يصدر جرم الفلك التاسع، ولنسم نفس هذا الفلك وجسمه «د».

هكذا يواصل ابن سينا وصف صدور العقول والأفلاك بما لهذه الأخيرة من أنفس وأجسام بحيث تصدر عن كل عقل مادة الأشياء التي في عالم ما دون القمر وكذلك صور الأجسام والأنفس البشرية. لكن هذا التفسير، وإن كان يمتاز بعدم فصل مسألة صدور الكثرة عن الواحد عن مسألة التركب أي عن المضمون الأنطولوجي لهذه الكثرة، فإنه مع ذلك لا يمكّن من معرفة هذه الكثرة معرفة دقيقة، إذ لا يوفر أية قاعدة عامة في هذا الشأن، وإذ يقتصر ابن سينا على إيجاد وصل بين العناصر والعقل الفعال.

هنا بالتحديد يتدخل الطوسي ليبرهن أن صدور الكثرة عن المبدإ الأول يوافق فعلا قواعد ابن سينا وأنه يعتمد عددا قليلا من المتوسطات بحيث لا يكون لكل معلول إلاّ علة واحدة لها وجود مستقل. هنالك بالتأكيد تقدم في معرفة الكثرة، لكن سوف يتبين لنا أنه في مقابل إفقار للمضمون الأنطولوجي وأنه لن يتبقى من الكثرة والتركب إلا الكثرة وحدها.

يقحم الطوسي في شرحه للإشارات والتنبيهات لغة التراكيب وإجراءاتها ليبلغ الفيض المرتبة الثالثة للموجودات، حيث يتوقف عن تطبيق هذه الإجراءات ويختمها بقوله : «ثم إذا جاوزنا هذه المراتب، جاز وجود كثرة لا يحصى عددها في مرتبة واحدة إلى ما لا نهاية له»(ص 48). يبدو غرض الطوسي واضحا ولا يترك الإجراء المطبّق

على المراتب الثلاث مجالا للشك. إن هذا الغرض هو توفير الحجة والوسائل التي كان ابن سينا يفتقدها، غير أن الطوسي يبقى في هذه المرحلة بعيدا عن هدفه. فثمة فرق بين توخي إجراء التراكيب على عدد من المواضيع وبين إقحام لغة كاملة ونحوها الخاص : أي لغة التراكيب. وهي بالذات ما اجتهد الطوسي في تقديمها في رسالته «في **كيفية صدور الكثرة عن المبدإ الواحد**» (Rashed, 1999a) وهي رسالة مستقلة لا يتضمن عنوانها أي التباس، ونراه هذه المرة يتوخى طريقة عامة تعتمد على التركيب. لن يختفي نص الرسالة ونتائجها بعد مؤلفها وسوف نجدها في رسالة متأخرة مخصصة كلها لعمل التركيب. فلم يتقصر حلّ الطوسي على تمييز أسلوب في البحث الفلسفي، بل مثل أيضا إسهاما معتبرا في الرياضيات نفسها.

ما ينويه الطوسي هو إخضاع مسألة فيض الكثرة عن الواحد إلى دراسة تركيبية. لكن ذلك يستدعي التأكد من تحييد متغيرة الزمان. ويأخذ هذا التحييد في مذهب الفيض شكل اطراح الصيرورة أو على الأقل تأويلها تأويلا منطقيا صرفا. وقد رأينا أن ابن سينا قد وفى بهذا الشرط. لقد قيل بحق إن الفيض ليس أمرا زمانيا وإن القبلية والبعدية يجب أن يفهما بحسب الذات لا باعتبار الزمان (Hasnawi, 1990) (Gardet, 1951; Davidson, 1987; Druart, 1987; Morwedege, 1972). يحيل هذا التأويل الذي نعتبره حاسما في منظومة ابن سينا إلى تصوره لمعاني الواجب والممكن والممتنع. لنذكر باختصار أن ابن سينا يتناول من جديد هذه المسألة القديمة (انظر خاصة الشفاء، القياس، الفصل الرابع، ن. سعيد زايد، 1964) رافضا منذ البداية كل النظريات السابقة التي يعتبرها دورية البراهين. فهي تستخدم في تعريف كل

واحدة من هذه المفردات إحدى المفردتين الأخريين أو كلاهما. يرى ابن سينا أن الخروج من هذا الدور يكون بحصر دلالة كل واحد من هذه المعاني بإرجاعه إلى معنى الوجود. فيميز عندئذ بين ما يعتبر واجب الوجود بذاته عمّا يكون باعتبار ذاته ممكن الوجود وعدم الوجود. فالوجوب والإمكان في نظره محايثان للموجودات ذاتها. أما وجود الممكن وعدم وجوده فإنهما يتبعان علة خارجية عنه، بحيث لا يمثل الإمكان ضربا من الضرورة المتدنية، بل هو نحو آخر للوجود، ويجوز أن يبقى ممكن الوجود على إمكانه في ذاته ويكون مع ذلك واجبا وجوده بفعل موجود آخر. لا نريد هنا متابعة عرض ابن سينا بدقائقه ويكفينا أن نلاحظ أنه يؤسس حدود الفيض على طبيعة الموجودات ذاتها انطلاقا من تعريفه الخاص للواجب والممكن ومحيّدا متغيرة الزمان كما أكدنا عليه من قبل. فمن هذه التعريفات يستنتج جملة من الأحكام يثبتها في غالب الأحيان بواسطة برهان الخلف. فيبين أن الواجب لا يمكنه أن لا يوجد وأنّه بذاته غير معلول وأن ضرورته تشمل كل أحواله، وأنه بسيط لا تركيب فيه، إلخ. كل هذه الأحكام تجعل الضروري في تقابل مع الممكن وبالتالي فإن قبلية المبدإ الأول وعلاقاته بالعقول إنّما تقوم نهائيا على تعريف الواجب والممكن وعلى الجدلية الحاصلة بينهما.

إن إمكان وصف الفيض بدون الإعتماد على الزمان راجع إلى كون حدوده معطاة في نظام منطقي للواجب والممكن. وإذا كانت هذه النظرية لا تخلو من الصعوبات، فإن ذلك لا يهمنا هنا. ما يهمنا أن نعلمه هو أن تأمين شروط إدراج نظام التركيب قد تمّ على يدي ابن سينا نفسه.

لقد قلنا إن ب يفيض عن أ، فهو إذن في المرتبة الأولى للمعلولات. ومن أ وب معا، يفيض ج وهو العقل الثاني. ومن ب وحده يفيض د وهو الفلك. لدينا إذن في المرتبة الثانية عنصران هما ج ود ليس أحدهما علة للآخر، لكن مجموع العناصر المتوفرة هو أربعة : العلة الأولى أ والمعلولات الثلاث ب، ج و د، ويسميها الطوسي مبادىء. بتركيب هذه العناصر مثنى، ثم ثلاثا وأخيرا رباعا، تحصل على التوالي ستة تراكيب هي كالتالي : أب، أج، أد، ب ج، ب د، ج د، ثم أربعة تراكيب أ ب ج، أب د، أج د و ب ج د. وأخيرا تركيب رباعي: أ ب ج د . إذا تناولنا هذه التركيبات واحدة واحدة، فإنه تحصل منها جملة لخمسة عشر عنصرا ينتمي إثنا عشر منها إلى المرتبة الثالثة للمعلولات، بدون أن يكون لأي واحد منها توسط في توليد العناصر الأخرى. هذا ما يعرضه الطوسي في شرحه للإشارات والتنبيهات وفي رسالته التي ذكرناها سابقا. لكن بمجرد أن نتجاوز المرتبة الثالثة، لا تتأخر الأمور عن التعقد وهذا ما يضطر الطوسي إلى إدراج المقدمة التالية :

يساوي عدد التراكيب من n عناصر :

$$\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k}$$

ويستخدم لاستخراج هذا العدد المعادلة :

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

بحيث يكون عدد التركيبات من $n = 12$ مساويا لـ4095 عنصرا. نلاحظ أن الطوسي يعبر عن الجملة بتركيب حروف الأبجد.

يعود الطوسي بعد ذلك إلى حساب عدد عناصر المرتبة الرابعة، فيعتبر المبادىء الأربعة وموجودات الرتبة الثالثة الإثني عشر ليحصل منها على 16 عنصرا تكون تركيباتها 65520 معلولا. ويبلغ هذا العدد بالاعتماد على تعبير يمكن ترجمته في صياغة معادلة له :

باعتبار أن : $m = 4, n = 12$ $1 \leq p \leq 16$ $\sum_{k=0}^{m} \binom{m}{k} \binom{n}{p-k}$ (*)

حيث تكون قيمة هذا التعبير عاملا ذا إسمين

$$\binom{m+n}{p}$$

باستثناء أ و ب وأب، لا يمثل أي عنصر وسيطا بالنسبة إلى العناصر الأخرى. وهكذا كأن جواب الطوسي عاما وكانت العبارة(*) تقدم قاعدة تمكن من معرفة الكثرة داخل كل مرتبة.

بعد إقراره هذه القواعد وتقديمه لمثال من المرتبة الرابعة، صار من حق الطوسي أن يدعي أنه أجاب على مسألة «صدور الكثرة التي لا تنحصر من المبدإ الأول على شريطة أن لا يصدر من واحد إلا واحد من غير أن تكون المعلولات متسلسلة وذلك ما أردت بيانه».

لقد كان نجاح الطوسي في جعل الأنطولوجيا تنطق بلغة التحليل التوافقي حافزا لتطورين : تطور داخل مذهب ابن سينا وتطور في رياضيات التركيب. من الواضح أن مسألة الكثرة بقيت هذه المرة بعيدة عن تركب الموجودات ولم يكترث الطوسي بالمنزلة الأنطولوجية لهذه الآلاف من الموجودات التي في المرتبة الرابعة في التركيب. بل زيادة على ذلك صار الخطاب الميتافيزيقي يمكننا من الحديث عن موجود ما بدون أن يجعلنا قادرين على تصوره بدقة. وليس هذا التطور «الصوري»

الذي يتجلى هنا بكل وضوح إلا توسعا لاتجاه لاحظنا حضوره عند ابن سينا في حديثه عن «الشيء». ويتأكد هذا الاتجاه الصوري في إمكانية الإشارة إلى الموجودات باستعمال حروف الأبجد الذي لا يستثني حتى المبدأ الأول (أ). هنا أيضا، يُوسّع الطوسي تكريس ممارسة سيناوية لكنه يخفت أيضا من معناها. فابن سينا قد عمد في رسالته **النيروزية** إلى هذا الترميز، ولكن بفارقين إذ نسب إلى الترتيب الأبجدي معنى ترتيب الأولوية المنطقية، ثم إنه أخذ الحروف باعتبار قيماتها العددية (أ = 1، ب = 2 الخ). لكن الطوسي مع أنه احتفظ ضمنيا بنظام القبلية في إشارته إلى المبدإ الأول بحرف أ وإلى العقل بحرف ب، فقد تخلّى مع ذلك عن نظام التفاضل هذا، مفضلا القيمة الاصطلاحية للرمز. أما القيمة العددية فقد زالت تماما من اعتباره. إن هذا التخلي كان ضروريا لجعل هذه الحروف مواضيع لإجراءات التركيب. لقد كان الطوسي فيلسوفا ورياضيا، وقد تقبل المذهب السيناوي بمعنى صوري مرجحا هكذا اتجاها حاضرا من قبل في أنطولوجيا ابن سينا.

III ـ من صناعة الاكتشاف إلى صناعة التحليل

مثل ازدواج نظام العرض ونظام الاكتشاف مسألة اعترضت سبيل الرياضيين في القرن التاسع لأسباب داخلية في تطوير اختصاصهم. ومن الطبيعي جدا أن تطرح مسألة تماثل هذين النظامين في خصوص كتاب **الأصول** لإقليدس، ذلك الكتاب الذي مثل نموذجا في الكتابة الرياضية في ذلك التاريخ وبعده لعدة قرون. خصص ثابت بن قرة لهذه المسألة مصنّفا أكد فيه أن نظام العرض في كتاب **الأصول** هو نظام البراهين المنطقية وأنّه مختلف عن نظام الاكتشاف. وطور نظرية

سيكولوجية ـ منطقية خصصها لوصف الاكتشاف الرياضي. تضعنا هذه المبادرة داخل مجال هو نوعا ما من قبيل فلسفة الرياضيات.

مسألة النظام هذه سرعان ما وقع احتواؤها داخل إشكالية أعم، وهي إشكالية التحليل والتركيب. لقد سبق أن ألمح جالينوس وبابيس وبرقلس إلى هذا المبحث لكن لم يكن ذلك إلا بصفة عابرة ولم يبلغ هذا المبحث الأبعاد التي أخذها في القرن العاشر. فقد كان لتطور الرياضيات وتطرقها إلى أبواب جديدة تأثير كبير في توسيع وفهم هذا المبحث، واكبهما تطوير فلسفة حقيقية للرياضيات نشهدها في بلورة منطق فلسفي للرياضيات ثم في تصور مشروع لصناعة الاكتشاف وأخيرا في مشروع لصناعة التحليل.

كانت البداية في ما يبدو مع ابراهيم بن سنان (909 ـ 946) الذي ألف كتابا خصصه كليا للتحليل والتركيب وحدهما: **«في طريق التحليل والتركيب وسائر الأعمال في المسائل الهندسية»** (Rashed et Bellosta, 2000, chap. I). إن أهمية هذا الحدث واضحة إذ صارت عبارتا التحليل والتركيب تشيران الى مجال يمكن لعالم الرياضيات الانكباب عليه بوصفه هندسيا وفيلسوفا منطقيا. لننصت إلى ابن سنان وهو يقدم مشروعه وغايته:

«رسمت في هذا الكتاب طريقا للمتعلمين يشتمل على جميع ما يحتاج إليه في استخراج المسائل الهندسية على التمام، بحسب طاقتي، وبينت فيه أقسام المسائل الهندسية بقول مجمل. ثم قسمت الأقسام وأوضحت كل قسم منها بمثال. ثم أرشدت المتعلم إلى الطريق الذي يعرف به في أي قسم منها يدخل ما يلقى عليه من المسائل، ومع ذلك كيف الوجه في التحليل وما يحتاج إليه في التحليل من التقسيم

والاشتراط والوجه في تركيبها وما يحتاج إليه من الاشتراط فيه. ثم كيف يعلم هل المسألة مما يخرج مرة أو مرارا وبالجملة سائر ما يحتاج إليه في هذا الباب.

وأومأت إلى ما يقع للمهندسين من الغلط في التحليل باستعمالهم عادة قد جرت لهم في الاختصار المسرف. وذكرت أيضا لأي سبب يقع للمهندسين في ظاهر الأشكال والمسائل خلاف بين التحليل والتركيب أنه ليس يخالف تحليلهم التركيب إلا باب الاختصار وأنهم لو وفوا التحليل حقه لساوي التركيب وزال الشك عن قلب من يظن بهم أنهم يأتون في التركيب بأشياء لم يكن لها ذكر في التحليل من قبل ما يرى في تركيبهم من الخطوط والسطوح وغيرها مما لم يكن له ذكر في التحليل. وبينت ذلك وأوضحته بالأمثلة وأتيت بطريق يكون التحليل به على جهة يوافق التركيب. وحذرت من الأشياء التي يتسامح المهندسون بها في التحليل وبينت ما يلحق من الغلط اذا تسومح بها»
.(Rashed et Bellosta, 2000, pp. 96 -98)

تبدو غاية ابن سنان واضحة ويبدو مشروعه جيد التصميم إذ يتمثلان في تصنيف المسائل الهندسية بحسب معايير مختلفة حتى تتبين طرق إجراء التحليل والتركيب في كل صنف وحتى تظهر مواضع الغلط فيمكن تجنبه. وفي ما يلي تقديم إجمالي لتصنيفه :

1 ـ المسائل التي تعطى فرضياتها كاملة.

1 . 1 ـ المسائل الصحيحة.

1 . 2 ـ المسائل التي يستحيل حلها.

2 ـ المسائل التي ينبغي تغيير بعض فرضياتها.

2 . 1 ـ المسائل التي ينبغي مناقشتها.

2 . 2 ـ المسائل غير المحدّدة.

1 . 2 . 2 ـ المسائل غير المحدّدة على الاطلاق

2 . 2 . 2 ـ المسائل غير المحدّدة والتي ينبغي مناقشتها

3 . 2 ـ المسائل الوافرة.

1 . 3 . 2 ـ المسائل غير المحدّدة التي وقعت لها إضافات.

2 . 3 . 2 ـ المسائل التي ينبغي مناقشتها مع إضافات.

3 . 3 . 2 ـ المسائل الصحيحة مع إضافات.

يضاف إلى هذه الأقسام تصنيف القضايا بحسب الجهات.

يعتمد هذا التصنيف المعايير التالية : عدد الحلول، عدد الفرضيات ومدى تلاؤم الفرضيات واستقلالها المحتمل.

بعد ذلك بما يزيد على قرنين، أعاد السموأل النظر في هذا التصنيف للمسائل ليدققه معتمدا بدوره على معياري عدد الحلول وعدد الفرضيات (Ahmad et Rashed, 1972)، فميز بين المسائل المتماثلة والمسائل غير المتماثلة والتي تقبل حلولا غير متناهية العدد. زيادة على ذلك، أدرج السموأل مفهوما جديدا للمسائل التي لا يمكن تقريرها أي المسائل التي لا يمكن إقامة البرهان على وجود أو عدم وجود حل لها (Rashed, 1984, p. 52). ومع أنه لم يعط أمثلة في هذا الصدد فأقل ما نستطيع قوله هو أنه باعتباره عالم رياضيات قد غير وجهة المفاهيم الأرسطية للضروري والممكن والممتنع في اتجاه معاني هي قابلية المسائل للحل وعدم تقررها دلاليا.

ثمة مسائل منطقية أخرى يناقشها ابن سنان في كتابه منها مسألة منزلة التمثيلات المساعدة ومسألة انعكاس التحليل ومسألة استعمال برهان الخلف. يبدو التحليل والتركيب في هذا الكتاب وكأنهما فرعان

من الرياضات ومنهجان لها في نفس الوقت. فالتحليل هو في حقيقة الأمر منطق فلسفي وعملي إذ يمكن من الاقتران بين صناعة للاكتشاف وصناعة للاستدلال، أما التركيب فهو إجراء يتأسس على نظرية في الاستدلال اجتهد ابن سنان في تطويرها.

بعده بجيل تصور الرياضي السجزي (الثلث الأخير من القرن العاشر) مشروعا لصناعة للاكتشاف مختلفا عن تصور ابن سنان حيث تستجيب هذه الصناعة إلى متطلبات التعليم والمنطق معا. بادر السجزي باستعراض مناهج معدة لتيسير الاكتشاف الرياضي، من بينها طريقة «التحليل والتركيب» - وهي الأهم - مرفوقة بطرق خاصة من شأنها أن تمنح التحليل والتأليف وسائل فعلية للاكتشاف. منها نذكر طريقة التحويلات الجزئية وطريقة الحيل. تشترك هذه الطرق الخاصة في تضمنها لفكرة تحويل الأشكال والقضايا وطرق حل المسائل وإدخال تغييرات فيها. يقول السجزي في تقديم ملخص لمشروعه :

«ولما كان الفحص عن طبائع الأشكال وخواصها بذواتها لا يخلو من أحد وجهين : إما أن نتوهم لزوم خواصها بتغيير أنواعها توهما يلتقط من الحس أو باشتراك الحس، وإما أن يوضع تلك الخواص وما يلزمها أيضا بالمقدمات أو بالتوالي لزوما هندسيا».

في نظر السجزي، لا تشمل صناعة الاكتشاف إلا سبيلين أساسيين بحيث يمكن تجميع الطرق الخاصة كلها حول السبيل الأول في حين أن السبيل الثاني ليس شيئا غير التركيب والتحليل. وما يميز فعلا تصور السجزي ويعكس طرافة إسهامه يتمثل في هذا التمييز من جهة وفي طبيعة السبيل الأول من جهة أخرى، وأخيرا في العلاقة الحميمية بينهما.

ومع ذلك، فإنه ينبغي ملاحظة أن السبيل الأول يزدوج بدوره بحسب معنيين للفظة «الشكل»، هذا اللفظ الذي اختاره مترجمو الكتب الرياضية اليونانية لنقل كلمة : «دياغرمّا»، وكلا اللفظين يشير بدون تمييز إلى الرسم وإلى القضية.

لا يكلف هذا الازدواج التباسا كبيرا طالما كان الرسم ينقل بالصورة وبطريقة ساكنة ـ إن صح التعبير ـ ما تنص عليه القضية، أي طالما بقيت الهندسة في جوهرها دراسة للأشكال. لكن الأمر يأخذ في التعقد بمجرد الشروع في نقل الرسوم وإدخال تغييرات عليها كما هو الشأن في بعض فروع الهندسة منذ أيام السجزي. في هذه الحالة، لا بد من تقديم توضيح يستدعيه الازدواج في دلالة لفظ «الشكل». لنبدأ بالمعنى الأول، أي بمعنى الشكل كرسم.

يوصي السجزي في رسالته بتوخي إجراء تغييرات على الأشكال في ثلاث حالات : في عمل النقل الجزئي وعند تغيير عنصر واحد من عناصر الشكل مع إبقاء العناصر الأخرى ثابتة وأخيرا عند اختيار إنشاء هندسي مساعد.

وتشترك هذه الإجراءات في عدة عناصر. فهي تشترك أولا في غايتها إذ أن الغاية من النقل والتغيير هي دائما البحث عن الصفات القارة للشكل المقترن بالقضية أي الصفات التي يختص بها دون غيره، وهي بالذات ما ينص عليه الشكل بمعنى القضية. ويتعلق العنصر المشترك الثاني أيضا بالغاية إذ أن النقل والتغيير يمثلان وسائل اكتشاف لتلك الصفات القارة. وهنا بالتحديد يكون للمخيلة دور من حيث هي ملكة للنفس قادرة على استخلاص الصفات القارة للأشياء وماهياتها من خلال كثرة المعطيات الحسية ومن خلال الصفات المتغيرة للأشكال.

أما العنصر المشترك الثالث فهو يخص الدور المتميز ـ والذي يذكر بـه السجزي مرارا ـ للشكل باعتباره تمثلا يركز المخيلة ويسـاعـدهـا فـي عملها عندما تتناول صورها من الحس. وهنالك عنصر مشترك رابع لا يقل أهمية ويتصل بثنائية الرسم ـ القضية، وفيه نفي لوجـود عـلاقـة تناظر بين الرسم والقضية. فمن الممكن أن تكون القضيـة الـواحـدة موافقة لعدة رسوم مختلفة، كما أنه من الممكن أن يتفق الرسم الواحد مع فئة من القضايا. وقد عمد السجزي إلى عرض مطول لهذه الحالة الأخيرة. إن هذه العلاقات الجديدة بين الرسم والقضية ـ التـي كـان السجزي حسب تقديري أول من أشار اليها ـ تستدعي افتـتـاح بـاب جديد في صناعة الاكتشاف هو باب تحليل الرسوم في علاقاتها بالقضايا. وهذا بالتحديد ما يبدو أن السجزي قد بادر به.

بعد ذلك بجيل، نجد ابن الهيثم (توفي بعد 1040) يصمم مشروعا آخر يتمـثل في تأسيـس صنـاعة عـلمية لــها قواعدها ومعـجـمـهـا الخاص. يبدأ ابن الهيثم بالتذكير بأن الرياضيات تقوم على البراهين. ما يقصده بالبرهان هو «القياس الدال بالضرورة على صحة نتيجتـه» و«هذا القياس هو مركب من مقدمات «يعترف (Rashed, 1991, p.36) الفهم بصدقها وصحتها ولا يعترضه شيء من الشبهات فيهـا، ومـن نظام وترتيب لهذه المقدمات يضطر سامعه إلى تيقن لزومها واعتقاد ما ينتجه ترتيبها». وتوفر صناعة التحليل «طريق الظفر بهذه المقاييـس وتصيد مقدماتها وتمحل الحيل في تطلبها». بهذا المعنى، تكون صناعة التحليل صناعة برهانية، وهي أيضا صناعة للاكتشاف إذ بواسطتـهـا يتوفق إلى «استخراج المجهولات من العلوم التعليمية، وكيفيـة تصيد المقدمات التي هي مواد البراهين الدالة على صحة ما يستـخـرج مـن

مجهولاتها. وطريق للتوصل الى ترتيب هذه المقدمات وهيئة تأليفها»
(نفس المرجع، ص 38).

ما ينبغي تصميمه وانجازه في نظر ابن الهيثم هو بالتأكيد صناعة في التحليل ولا أعلم أن أحدا سبقه قد إلى اعتبار التحليل والتركيب صناعة أو بالأحرى صناعة مزدوجة في البرهان وفي الاكتشاف. ففي صناعة التحليل، يجب على المحلل معرفة أصول الرياضيات ويجب أن تكون هذه المعرفة مدعومة بقدرة على تمحل الحيل و«حدس صناعي». ويتبين أن هذا الحدس الضروري للاكتشاف هو أيضا ضروري عندما لا يكون التأليف مجرد انعكاس للتحليل بل يستدعي معطيات وخاصيات تكميلية ينبغي اكتشافها. إن معرفة الأصول والقدرة على تمحل الحيل والحدس هي وسائل لا بد من توفرها لدى المحلل حتى يتسنى له اكتشاف المجهولات الرياضية. ويبقى مع ذلك في حاجة أكيدة إلى معرفة قوانين هذه الصناعة ومبادئها التي تمثل موضوع فرع علمي هو بدوره في حاجة إلى التكوين يخص أسس الرياضيات ويعالج «المعلومات». إن هذا المشروع خاص بابن الهيثم إذ لم يفكر أحد قبله - حتى ابن سنان نفسه - في تصور صناعة تحليلية مؤسسة في فرع للرياضيات خاص بها. وقد سخر له مقالته في المعلومات كان قد وعد بتأليفها في كتاب التحليل والتركيب. يقدم ابن الهيثم هذا الفرع المستحدث باعتباره يوفر للتحليل قوانين الصناعة والأسس التي ينتهي عندها اكتشاف الخاصيات وإدراك المقدمات. بعبارة أخرى، فإن هذا الفرع يبلغ أسس الرياضيات التي قلنا عنها إن معرفتها ضرورية لاكتمال صناعة التحليل والتي يسميها ابن الهيثم «المعلومات»، تلك المعلومات التي يعود إلى ذكرها كلما عالج مسألة تتعلق بالأسس كما هو الشأن مثلا في رسالة تربيع الدائرة.

في نظر ابن الهيثم يعد المعنى من المعلومات إذا كان ثابتا وغير قابل للتغير سواء كان موضوع تفكير من قبل العالم أو لم يكن كذلك. فتشير «المعلومات» إلى الخاصيات الثابتة مستقلة عن معرفتنا لها والتي تبقى على حالها من الاستقرار حتى عند تغير العناصر الأخرى المكونة للموضوع الرياضي. وتكون هذه «المعلومات» غاية المحلل إذ ينتهي عندها عمل التحليل ويمكن الشروع في عمل التركيب. فصناعة الاكتشاف ليست عملا آليا يخضع لضرورة عمياء، وإنما يمكّن من بلوغ «المعلومات» بقدر ما فيه من تدبر للحيل.

يتطلب إنشاء صناعة التحليل إذن إنشاء فرع رياضي متميز، ما زال منشودا، من شأنه الإلمام «بقوانين وأصول» تلك الصناعة. فلا يمكن اختزال هذه الصناعة في منطق ما إذ أن الجانب المنطقي فيها منغمس في هذا الفرع الجديد من الرياضيات. وهكذا تتبين لنا حدود صناعة التحليل ومداها.

تشير هذه الاسهامات كما رسمناها باختزال إلى حالات إهتم فيها الرياضيون بفلسفة الرياضيات. وقبل ذلك شاهدنا حالات أخرى كان فيها فلاسفة ـ رياضيون ورياضيون ـ فلاسفة يسهمون في فلسفة الرياضيات. إن هذه الإسهامات لهي جزء من تاريخ الفلسفة، ومن تاريخ العلوم ومن تاريخ التفكير الرياضي في «الإسلام الكلاسيكي». ويؤدي تناسيها إلى إفقار تاريخ الفلسفة وإلى بتر تاريخ الرياضيات.

المصادر والمراجع

- I -

- البيهقي : تاريخ حكماء الإسلام، ن. محمد كرد علي، دمشق، 1946.
- البيروني : القانون المسعودي، ط. حيدر أباد 1954.
- الفارابي : إحصاء العلوم، ن. عثمان أمين، القاهرة 1968.
- الفارابي : كتاب الحروف، ن. محسن مهدي، بيروت 1970.
- ابن أبي أصيبعة : عيون الأنباء في طبقات الأطباء، ن. نزار رضا، بيروت 1965.
- ابن العماد : شذرات الذهب في أخبار من ذهب (ثلاث مجلدات) بيروت (بدون تاريخ).
- ابن سينا : الشفاء، الإلهيات (I)، ن. جورج قنواتي وسعيد زايد، القاهرة 1960.
- ابن سينا : الشفاء : الإلهيات (II)، ن. محمد يوسف موسى، سليمان دنيا سعيد زايد، مراجعة وتقديم إبراهيم مدكور، القاهرة 1960.
- ابن سينا : الشفاء : الحساب، ن. عبد الحميد لطفي مظهر، مراجعة وتقديم ابراهيم مدكور، القاهرة 1975.
- ابن سينا : الشفاء، القياس، ن. سعيد زايد، مراجعة وتقديم ابراهيم مدكور، القاهرة 1964.

- ابن سينا : الشفاء : المجلد الخامس. ن. عفيفي، إشراف إبراهيم مدكور، القاهرة 1956.

- ابن خلكان : وفيات الأعيان. ن. إحسان عباس (الطبعة الثانية) بيروت 1969.

- الكندي : رسائل الكندي الفلسفية، ن. محمد عبد الهادي أبو ريدة، القاهرة 1950/ 1369.

- ابن ميمون : دلالة الحائرين، ن. حسين آتاي Ankara Üniversitesi Ilahiyat Facültesi Yayinlari 93, Ankara 1972، أعيد نشره في القاهرة (بدون تاريخ).

- ابن النديم : كتاب الفهرست، ن. رضا تجدد، طهران 1971.

- نيقوماخوس الجهرساني : المدخل إلى علم العدد، نقله إلى العربية ثابت ابن قرة، ن. ويلهلم كوتش، بيروت 1958.

- القفطي : تاريخ الحكماء ن. Leipzig, Julius Lipperted، 1903.

- الطوسي نصير الدين : الإشارات والتنبيهات، ن. سليمان دنيا. القاهرة، 1971.

– II –

– Salah Ahmad et Roshdi Rashed, *Al-Bāhir en Algèbre d'As-Samaw'al*, Damas, Presses de l'Université de Damas, 1972.

– Herbert A. Davidson, *Proofs for Eternity Creation and the Existence of God in Medieval Islamic and Jewish Philosophy*, New York-Oxford, 1987.

– Thérèse-Anne Druart : *Al-Fārābī and Emanationism*, in John F. Wippell (ed.), *Studies in Medieval Philosophy*, Washington, The

Catholic University of America Press, 1987, pp. 23-43.

– Thérèse-Anne Druart : *Al-Fārābī, Emanation, and Metaphysics*, in Parviz Morewedge (ed.), *Neoplatonism and Islamic Philosophy*, State University of New York Press, Albany, 1992, pp. 127-148.

– Louis Gardet : *En l'honneur du millénaire d'Avicenne*, "Revue Thomiste", LIXe année, t. LI, n°. 2, 1951, pp. 333-345.

– Amélie-Marie Goichon : *La Distinction entre existence et essence*, Paris, 1957.

– Ahmad Hasnawi : *Fayḍ (épanchement, émanation)*, in A. Jacob (ed.), *Encyclopédie philosophique universelle*, vol. 11, Paris 1990, pp. 966-972.

– Nicholas Heer : *Al-Rāzi and al-Ṭūsi on Ibn Sinā's Theory of Emanation*, in Parviz Morewedge (ed.), *Neoplatonism and Islamic Philosophy*, Albany, State University of New York Press, 1992, pp. 111- 125.

– Michael E. Marmura : *Quiddity and Universality in Avicenna*, dans Parviz Morewedge (ed.), *Neoplatonism and Islamic Philosophy*, Albany, 1992, State University of New York Press, pp. 77-87.

– Parviz Morewedge : *The Logic of Emanationism and Sūfism in the Philosophy of Ibn Sīna (Avicenna), Part II*, "Journal of the American Oriental Society", 92, 1972, pp. 1- 18.

– Parviz Morewedge : *The Neoplatonic Structure of Some Islamic Mystical Doctrines*, in Parviz Morewedge (ed.), *Neoplatonism and Islamic Philosophy*, Albany, State University of New York Press, 1992, pp. 51-75.

– Joseph Owens : *The Relevance of Avicennian Neoplatonism*, in Parviz Morewedge (ed.), *Neoplatonism and Islamic Philosophy*, Albany, State University of New York Press, 1992, pp. 41-50.

الإحتمال الشرطي والسببية
مسألة في تطبيق الرياضيات

«. . . إذ لا يمكن إرجاع المعالجة الفعلية للفرضيات في مسار المعرفة العلمية إلى المنطقي الخالص»

جيل غاستون غرانجاي

ثمّة في تاريخ الرياضيات حالات هي فرص سانحة للتقدّم في الفلسفة النظريـة. ومن بينها حالـتان متميزتان بمـواتاتهما لهذا الـتقدم. تحدث الأولى من عدم التـطابق أو من التناقض بين الوسـائل والتقنيات التي تتوفر للرياضي وبين المواضـيع الجديدة التي يحدسها من بعيد في أفق بحثـه أكثر مما يدركهـا فعليا. لـنذكر على سبـيل المثال أولائك الـذين أقدموا على معالجة ظواهر من قبيل التقارب اللامتناهي في غياب كلي للطوبولوجيـا، أو أولائك ا لذين جابهوا داخل نظرية الأعداد مسائـل كان حلها يستحيل بالوسائل البدائية التي توفرها لهم الهندسة الإقليدية أو علم الجبـر للتراكيب المتعددة الحدود(algèbre des polynômes). أما الحالة الثانية التي لا تقل خصوبة وليست بالنادرة في تطبيق الرياضيات، فتتمثل في عدم تحدد دلالي يبقى عالقا بالنماذج الرياضية ويتجلى عند التطبيق في تفاوت بينها وبين تأويلها، وتكون هذه الضبابية على درجة تعكس درجة بلورة المفاهيم التي ينبغي إعتمادها في التفكير الرياضي.

في مثل هذه الحالات يصير التوضيح الفلسفي أمرا لازما. لقد كان تطبيق الرياضيات في العلوم الاجتماعية، وكذلك بعض التطبيقات لحساب الإحتمالات ـ خصوصا مع كندرساي ـ مناسبة لحدوث هاتين الوضعيتين ومن الطبيعي أن يهتم فيلسوف الرياضيات والعلوم الذي تشغله مسائل عصره بهذه الظروف الملائمة للفلسفة النظرية وهذا هو شأن جيل غاستون غرانجاي (Gilles Gaston Granger) منذ بداية مسيرته الفلسفية[1]. فكان تطرقه إلى كل هذه المسائل بتصميم منهج للإبستيمولوجيا المقارنة أدّى به إلى تكوين فلسفة للعلوم حية ومنصبّة على أغراضها. ومع أنّ هذه الفلسفة تاريخية إلى أبعد حدّ، فإنها لا تلتبس بفلسفة تاريخ العلوم ولا هي تنتسب مباشرة إلى ممارسة مؤرخ العلوم.

لذا، فقد بدا لنا من المناسب أن نتناول من جديد مسألة يثيرها حساب الاحتمالات وتطبيقاته، وهي مسألة طوّرها كندرساي عندما صاغ الرياضيات الاجتماعية وقد تطرق إليها غ. غرانجاي في العديد من كتبه بطريقة مغايرة[2]. وهي مسألة السببية في علاقتها بالاحتمالات الشرطية نجد فيها مثالا جيدا للتفاوت بين النموذج الرياضي وتأويله. وهي أيضا مثال لضبابية دلالية مستعصية ظلت تشغل الرياضيين والفلاسفة منذ نهاية القرن الثامن عشر وقد أجمعوا على إرجاعها إلى مسألة التبعية الصدفية (dépendance stochastique)، أي إلى مسألة الاحتمالات الشرطيّة وإلى مبرهنة بايس (Bayes) . فنرى ب. سوبس[3](P. Suppes) ، الذي ندين له بإحدى الصيغ المتأخرة للمسألة، يبدأ بتقديم تحديد أولي للعلة[4] يقتصر على نقل تصور حدسي يقضي بأن علمنا بالحدث B يغير كيفية مراهنتنا على الحدث A، أي أن P. $(A|B) > P(A)$فإذا وضعنا $P(A|B) = P(A)$ ، فإن معرفتنا بوقوع B لا

تسمح لنا بأي استنتاج في خصوص تحقق A. زيادة على ذلك يشترط سوبس أن يكون احتمال وقوع B إيجابيا (أي أكثر من صفر 0 <) إذ يمكننا في تلك الحالة أن نكتب في خصوص أي حدث A :

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \qquad (1)$$

وهي عبارة الاحتمال الشرطي.

نجد هنا مثالا لذلك التمشي الذي يحوّل المسألة العامة للسببية في علاقتها بالاحتمالات الشرطية إلى مسألة التبعية الصّدفية المحددة تاريخيا وإلى مبرهنة بايس.

إذا أردنا مزيدا من التوضيح في خصوص مسألة الاحتمال الشرطي وكيفية دمجها في المسألة التاريخية التي ذكرناها، فإننا مضطرون إلى معرفة متى كان هذا الدمج ومن هو الذي قام به، ويجب أن نفسر هذه المسألة مع تقلبات معناها لنعيّن بعد ذلك موقع هذه الضبابية الدلالية. فلا بد إذن من العودة إلى تاريخ حساب الاحتمالات، أو على الأقل إلى محطتين هامتين في هذا المجال المتحرك : الصياغة الأولى لمفهوم الاحتمالات الشرطية في علاقتها بتطوير مبرهنة بايس، ثم نعود بعد ذلك إلى النظريات الأكسيومية الأولى في حساب الاحتمالات وما كان لها من تأثير في منزلة هذا المفهوم وفي تأويلاته. وقد يستدعي إكمال البحث أن نعود إلى تاريخ علم الإحصاء والتطبيقات المختلفة لحساب الاحتمالات. لكن ذلك يخرج عن غرضنا هنا.

I

يطرح بايس في رسالته «Essays towards solving a problem in the doctrine of chances» (التي نشرت سنة 1763، أي بعد وفاته بسنتين) المسألة التالية: «المعلوم هو: عدد حالات التحقق وعدم التحقق لحدث ما مجهول؛ المطلوب هو: الحظ في أن يكون احتمال تحقق هذا الحدث في فرصة واحدة واقعا بين درجتين معينيتين من الاحتمال»[5]. يؤكد بايس أنه لا يقصد بكلمة «حظ» (chance) شيئا آخر غير الاحتمال، فالمسألة تتمثل بالنسبة إليه في ضبط الاحتمال بحيث يكون P (E) ـ أي احتمال تحقق الحدث E ـ واقعا داخل حيّز [0, 1] [a, b]، أي أن P (a ≤ P(E) ≤ b) باعتبار أن وتيرة تحقق E في سلسلة من الفرص المتعاقبة هي وتيرة معلومة.

لا يعتمد الحل الذي قدمه بايس لهذه المسألة لغة التكامل، بل يعتمد ـ كما لاحظه تودهُونتر[6] (Todhunter) من قبل ـ النسب بين المساحات الداخلية تحت المنحنيات، ويمكننا أن نكتب هذا الحل ـ في ترميز يختلف عن كتابة بايس ـ على النحو التالي:

[قد حصل p E مرة داخل p + q = n من الفرص) | P [a ≤ x ≤ b = P [a ≤ x ≤ b]

$$(*)\ \frac{\int_a^b \binom{n}{p} x^p (1-x)^q\, dx}{\int_0^1 \binom{n}{p} x^p (1-x)^q\, dx},$$

x هو الإحتمال القبلي للحدث E.

نلاحظ أن بايس لا يعتبر إلا قيمة واحدة لـx يأخذها من توزيع متجانس على [0, 1] . وأن سلسلة برنولي (Bernoulli) للفرص قد تولدت حسب احتمال قيمته x. إلاّ أن تفحص مذكرة بايس يبين أن المؤلف قد قصد تقديم حل لمسألة رياضية بحتة تتمثل في عكس مبرهنة جاك برنولي. فقد برهن هذا الأخير أنّه إذا افترضنا أن احتمال حدث ما E معلوم، فإننا نستطيع تقدير وتيرة تحقق E بحيث يكون هذا التقدير أقرب ما يكون من احتمال E . بعبارة أخرى، إذا أخذنا $\varepsilon > 0$:

$$p\left\{\left|\frac{r_n}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}\to 1,\ n\to\infty$$

r_n هو عدد المرات التي تحقق فيها E في عدد n من فرص الاختبار المستقلة (ضرب من قانون الأعداد الكبيرة الذي يعتمد كأساس للتصور الحدسي للاحتمال باعتباره تقديرا للوتيرة النسبية)[7].

إثر تجديد مسألة الاستقراء، اعتبر العديد من المؤلفين أن مذكرة بايس هي ـ على أقل تقدير ـ المحاولة الأولى لإنشاء نظرية في الاستنتاج الإحصائي إن لم تكن نظرية دقيقة وكمية في الاستقراء. لنقرأ على سبيل المثال ما كتبه ر. أ. فيشر (R.A. Fisher) : «أن يبدو بايس وكأنه أول من تفطن في أوروبا إلى أهمية تطوير نظرية دقيقة وكمية في الاستنتاج الإستقرائي وإلى أهمية ترتيب الحجج انطلاقا من الظواهر الملاحظة حتى بلوغ النظريات التي من شأنها أن تفسر تلك الملاحظات، فإن هذا يكفي لإيلائه منزلة متميزة في تاريخ العلوم»[8].

في مقابل ذلك، كل ما يسعنا قوله هو أن مفهوم الإحتمال الشرطي قد أقحم كإضافة خافتة أو محتشمة أثناء استخراج حل لمسألة فنية. كذلك، فإن بايس لم يكن يقصد ـ علانية على الأقل ـ طرح مسألة

الاستنتاج الإحصائي. أخيرا، فإن الصياغة المحتشمة لمبرهنة بايس غير موجودة في مذكرته. فهل يختلف الأمر في مذكرة لابلاس (Laplace)، أي بعد ذلك بإحدى عشرة سنة؟

قد نميل إلى اعتقاد ذلك بالنظر إلى مفردات معجمه، لكن ينبغي أن تفحص هذا النص الذي ألفه لابلاس سنة 1774 قبل تأثره بكندرساي.

يعتزم لابلاس في مذكرته «احتمال العلل عن طريق الأحداث» (La probabilité des causes par les événements) تحديد احتمال العلل عن طريق الأحداث، وهو مادة جديدة من عدة أوجه تستحق مزيدا من العناية إذ من هذه الجهة يكون لعلم الصدف فائدة في الحياة المدنية»[9] ينبغي أن لا نسيء فهم الحكم الأخير: إن فكرة فائدة حساب الاحتمالات للحياة المدنية هي فكرة تقاسمها الاحتماليون منذ ج. بارنولي ومنمور Montmort ون. برنولي (N. Bernoulli) لكنها لم تكن مرتبطة بمشروع خاص.

منذ البداية، يميز لابلاس بين قسمين يمكن أن ترجع إليهما «كل المسائل التي تتبع نظرية الصدف»، فهنالك حالة يكون فيها الحدث الذي يهمنا غير متأكد مع أن العلة التي يتبعها احتمال وجوده هي علة معلومة، وهنالك حالة أخرى يكون فيها الحدث معلوما وتكون علته مجهولة[10]. يطرح النص المسألة المباشرة والمسألة العكسية. ولمعالجة هذه الأخيرة ـ أي الحالة التي يكون فيها الحدث معلوما مع جهل علته ـ يقرر لابلاس المبدأ التالي: «إذا كان حدث ما يمكن وقوعه عن عدد n من العلل المختلفة، فإن احتمالات وجود تلك العلل المأخوذة من [وقوع] الحدث، نسبة بعضها إلى بعض مثل نسبة احتمالات وقوع الحدث مأخوذا من تلك العلة مقسوما على مجموع كل احتمالات الحدث مأخوذة من كل واحدة من تلك العلل»[11]. بعبارة أخرى، فإن لابلاس يقرر النتيجتين التاليتين:

$$\frac{P(C_i \mid E)}{P(C_j \mid E)} = \frac{P(E \mid C_i)}{P(E \mid C_j)} \qquad (2)$$

$$i, j \in \{1, ..., n\} \; ; i \neq j.$$

$$P(C_i \mid E) = \frac{P(E \mid C_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(E \mid C_j)} \qquad (3)$$

نلاحظ أن لابلاس هو أول من صاغ مبرهنة بايس في الحالة المنفصلة وهو يفترض أن الاحتمالات هي قبليا متساوية.

بعد ذلك، يطبق لابلاس مبدأه ليحل المسألة التالية : «إذا كان صندوق ما يحتوي على عدد لا متناه من البطاقات بيضاء وسوداء موزعة على نسبة مجهولة، ثم أخرجنا p + q بطاقات بحيث تكون p بيضاء وq سوداء، فما هو احتمال أن تكون البطاقة التي نخرجها من بعد بيضاء»[12].

يبين لابلاس أن احتمال اخراج p بطاقات بيضاء وq بطاقات سوداء هو في هذه الحالة :

$$x^p \, (1 - x)^q,$$

ثم يطبق مبدأه ليستنتج أن احتمال وقوع النسبة الحقيقية فيما بين x و $x + dx$ هو :

$$\frac{x^p \, (1 - x)^q \, dx}{\int_0^1 x^p \, (1 - x)^q \, dx} \qquad (4)$$

ويستنتج من (4) احتمال أن تكون البطاقة الجديدة بيضاء :

$$\frac{\int_0^1 x^{p+1}(1-x)^q\,dx}{\int_0^1 x^p(1-x)^q\,dx} \quad (5)$$

الآن، وإذا أجرينا التكامل على (4) فيما بين $a \leq x \leq b$ ، فإننا نحصل على احتمال كون x ـ وهو النسبة الحقيقية بين عدد البطاقات البيضاء والعدد الجملي للبطاقات ـ واقعا بين a وb باعتبار أننا أخرجنا p بطاقات بيضاء وq سوداء :

$$P\,[a \leq x \leq b \mid p \text{ وبيضاء } q \text{ سوداء}] = \frac{\int_a^b x^p(1-x)^q\,dx}{\int_0^1 x^p(1-x)^q\,dx} \quad (6)$$

يحصل هكذا لابلاس على الحالة التي وصفها بايس، لكنه لا يقف عند هذا الحد، بل يعمم(6) ليتحصل على :

$$P\,[(p \text{ بيضاء و} q \text{ سوداء}) \;(m \text{ بيضاء و} n \text{ سوداء})] = \quad (7)$$

$$= \frac{\int_0^1 x^{p+m}(1-x)^{q+n}dx}{\int_0^1 x^p(1-x)^q dx}$$

وإذا لم نأخذ في الإعتبار نظام إخراج البطاقات $(m+n)$، فإنه يجب أن نضرب بالعامل ذي الحدين الموافق وهو هنا $\binom{m+n}{m}$ كما سيشرحه كندرساي فيما بعد[13].

هنالك نتيجة تفرض نفسها عند قراءة هذه المذكرة : لقد توصل لابلاس إلى الحالة التي وصفها بايس بالاعتماد على وسائل التحليل، أي باستعمال كتابة أيسر وبأفكار أكثر وضوحا. لكن انشغاله الأكبر كان الوصول إلى (7) مع كل الحسابات التي يستدعيها.

يحتاج فهم هذا العمل الذي فرغ لابلاس من انجازه سنة 1773 إلى التذكير ببعض النقاط التاريخية. لقد كان لابلاس في بداية مسيرته العلمية ولم يتجاوز سنه أربعة وعشرين سنة. وكان قد نشر فيما بين 1770 و1774 ثلاثة مذكرات تدل عناوينها بوضوح على الغاية التي كان ينشدها: [1] «في المتتاليات الاستردادية وتطبيقها على نظريات الاحتمالات» *(Sur les suites récurrentes appliquées à la théorie des probabilités)* (1772)؛ [2] «بحوث في إجراء التكامل على المعادلات التفاضلية ذات الفوارق المتناهية وفي تطبيقها على تحليل الصدف» . *(Recherches sur l'intégration des équations différentielles aux différences finies et sur leur application à l'analyse des hasards* ; (1772-1773) وأخيرا [3] «مذكرة في احتمالات العلل» *(Mémoire sur les probabilités des causes)* *(1773)* . يهتم البحثان الأولان بالمعادلات التي يكون تفاضلها متناهيا وكيفية إجراء تكاملها وكيفية تطويرها في متتاليات تكون حسب الحالات استردادية أو استردادية الاسترداد *(récurro-récurrente)* . لم يكن لابلاس يقصد في كل هذه المذكرات أكثر من تحسين أو اكتشاف الأدوات الضرورية لنظرية الاحتمالات حتى تكون هذه النظرية ـ كما صرح به من بعد ـ نظرية تحليلية. وهو برنامج شرع فيه جاك برنولي وابراهام دي موافر (Abraham de Moivre) إلاّ أنّه يأخذ مع لابلاس أبعاده الحقيقية.

نلاحظ من جهة أخرى أن لابلاس يعتبر الكثافة مساوية قبليا لـ 1، فهو يفترض ـ مثل ما فعل بايس ـ أن الإحتمالات متساوية قبليا ويفسر هذا التساوي بجهلنا [لها]. فكما كان بايس يقول : «لا أجد عندي ما يدعو للاعتقاد أن. . .» يقول لابلاس : « لا أرى أي سبب يرجّح الواحد على الآخر. . .» فكلاهما يعتبر أن احتمال علة ما يمثل متغيرة اعتباطية تقع قيمتها داخل [0, 1] مقرونة بدالة توزيع قبلية تحدد كثافة

معينة. لكن اعتبار احتمال علة ما بمثابة متغيرة اعتباطية سرعان ما أثار النقاشات والإنتقادات.

ما هو بالتحديد معنى «العلة» في مذكرة لابلاس؟ لا يجد الباحث أي تحديد لهذا اللفظ. وبعد ربع قرن من ذلك، نجد جوزاف برتران (Joseph Bertrand) يقول في هذا الصدد: «إن العلل في نظرنا هي الأعراض التي ترافق أو تسبق حدثا ما ملاحظا. ولا يقتضي هذا اللفظ بالمعنى الفلسفي أن يكون الحدث أثرا ناتجا عن العلة. فقد راهن بيار (Pierre) عند رميه ثلاثة مكعبات رند أن يكون مجموع النقاط يفوق عدد 16 وفاز برهانه: هذا هو الحدث. وكان من الجائر أن يكون المجموع 17 أو 18: هذه هي علل الفوز المحتملة»[14]. إن هذا الحكم يبقى صحيحا طالما اعتبرنا هذه الظاهرة على غرار استخراج بطاقة من صندوق إقتراع مجهول التركيب، سواءا كان ذلك بحسب المجاز أو بالقياس. وهكذا كان الحال بالنسبة إلى مذكرة 1774، على الرغم مما يوحي به عنوانها.

يبدو إذن أن إقحام فكرة تبعية الصدف *(dépendance stochastique)* حصل بإيعاز طبيعي أثناء تقديم الحل الرياضي لمسائل رياضية. أما استعمال لابلاس لمعجم السببية، فإنه ـ زيادة على التباسه ـ يرجع مباشرة إلى فكرة في غاية العمومية هي فكرة تبعية الصدف، ولم يكن يوجد آنذاك أي شيء يوحي بإشكالية الاستقراء أو الاستنتاج.

لكن هذه الاشكالية سرعان ما طرحت عندما حاول البعض الإعتماد على المخططات الإحتمالية وعلى مخطط بايس خصوصا لتقديم وصف ـ وإن كان محليا ـ لسلوك ظاهرة طبيعية أو معتبرة طبيعية. ما نقصده هو تلك المحاولات لإعطاء مضمون خاص لمخططات الحساب وهي محاولات لتحويل رياضيات الاحتمال إلى علم يكون فيه للمحتمل

دور. وهنا بالتحديد نعثر على التأويلات الحقيقية لهذه المخـطـطـات المحايدة في ذاتها بالنسبة إلى كل تأويل. لكن هذه المحاولات سرعان ما ولّدت تعقدا يصعب التمييز بين عناصره : مسألة السببية، مسألـة الاستنتاج والجدل حول الأسس.

يعود أول تأويل لمبرهنة بايس إلى كندرساي[15] الذي استعمله لإنشاء نماذج للاقتراع أو بالأحرى لسلوك الإنسان الناخب (*homo suffragans*) الذي يحدده بالاعتماد على معان أخذها من مذهب تعاقدي في المجتمع وفي تكونه. يعتزم كندراسي في «محاولة تطبيق التحليل على احتمال القرارات التي تتخذ عن طريق التصـويـت» (Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix) (1785) تأسيس علم جديد يتمثل موضوعه في شروط القرار باعتبار الثقة التي يمكن أن تمنح له. وحسب عبارة كندرساي، فإن الأمر يتعلق بالبحث عن «درجة الثقة المتفاوتة التي يستحقها حكم ما صـادر عـن مجالس متفاوتة الكثرة، خاضعة إلى تعددية متفاوتة القوة وموزعة إلى هيئات مختلفة أو مجتمعة في هيئة واحدة متركبة من أشخاص مستنيرين بدرجات متفاوتة»[16]. إن فكرة كندرساي هي التالية : كما أنه يتعين على الإنسان الناخب (*homo suffragans*) ـ الذي هو موضوع العلم ـ اتخاذ قراره وفقا للحقيقة مع ضرب من الاحتمال، فكذلـك يـجـب على العالم أن يستعمل ـ من هنا فصاعدا ـ حساب الاحتمالات لتقدير الثقة التي يجب منحها إلى مجموع القرارات لغالبية المقترعين.

يعمد كندرساي إلى تصميم نماذج في سلوك الإنسان الناخب تختلف بحسب مراعاة أو عدم مراعاة هذا الإنسان لمعاييره الذاتية، أي بحسب موافقة أو عدم موافقة هذه القرارات للظرف الطبيعي لتجديد العـقـد الاجتماعي الذي يتحدد بالعناصر التالية : أن يكون الـنـاخـب حـرا

ومتساويا مع الجميع بحيث لا يهب أكثر مما ينال في المقابل وبحيث يكون الاقتراع وسيلته الوحيدة في الارتباط بالآخرين. لا يتسع المجال هنا لعرض التمشي الذي يسلكه كندرساي[17]، لنذكر فقط بأن المتغيرة التي تبقى رهن الدرس هي التالية : احتمال صدق القرار التي تتخذه مجموعة متعددة ما، وهذا يعود بنا إلى مخطط بايس.

إلاّ أنه لضمان توافق هذا النموذج مع سلوك الإنسان الناخب فقد اجتهد كندرساي في تطوير نظرية سيلكولوجية في السلوك العقلي وهي نظرية «داعي الاعتقاد» *(motif de croire)* . وعلى الرغم من سذاجتها ومن طابعها الاعتباطي، فإن هذه النظرية تطرح لأول مرة مسألة السلوك المستند إلى الاستنتاج وهو سلوك كان يوصف داخل سيكولوجية للعقل.

يرى كندرساي أن طريقة بايس تمنح مذهب الاعتقاد أو المصداقية معيارا دقيقا للقيس وأداة إجرائية للتخيّر بين الأحكام المختلفة[18] ويجري القيس على النحو التالي :

1) إذا كان احتمال حدث ما أكبر من احتمال الحدث المقابل له، فإن ذلك يرجّح اعتقادنا في تحققه على اعتقادنا في عدم تحققه.

2) تزداد قوة هذا الداعي للاعتقاد بازدياد احتمال وقوع الحدث وازدياد تفوّق احتماله على احتمال الحدث المقابل.

3) هنالك تناسب بين تنامي قوة الداعي للاعتقاد ودرجة الاحتمال.

يؤكد كندرساي أن هذه القضايا غير مستقلة عن بعضها وأنه يمكن استنتاج الثانية والثالثة من الأولى. ويبين التحليل المفصّل لفكرة كندرساي أن المسألة هنا تخص التقدير (estimation) وأنه يمكن حلها بالإعتماد على العبارة(*). وفيما يخص طبيعة هذا الداعي [للاعتقاد]، يقول كندرساي : «إذا بحثنا عن الداعي الذي يحملنا على الاعتقاد

بحسب هذا الاحتمال، فإننا نتبين أنه هو ذاته الذي يحملنا على اعتقاد استمرار تجدّد حدث ما في المستقبل إذا كان ذلك الحدث قد استمر تجدده في الماضي». لكن هذا الداعي هو نفسه الذي يحملنا على قبول هذا المبدإ العام : إن الأحداث الطبيعية خاضعة إلى قوانين قارة، إذ لا يمكننا تأسيس هذا الاعتقاد إلاّ على ملاحظة نظام الأحداث الماضية وعلى افتراض استمرار هذا النظام بالنسبة إلى الأحداث المستقبلة»[19].

سوف يكون لمساهمة كندرساي التي ذكرناها هنا باختزال، تأثير على الرياضيين الاحتماليين فيما بعد ومن جملتهم لابلاس.

II

لنتناول نفس المسألة من جديد، ولنتمكن من فحصها في وضعيات أكثر قابلية للرقابة التركيبية، سوف ننطلق من الدراسات الأكسيومية للاحتمالات. ما يهمنا هو أن نعرف كيف تتبادر فكرة التبعية الصدفية (dépendance stochastique) وكيف يقع تفسيرها في هذه الدراسات.

لقد ظهرت الحاجة إلى العرض الأكسيومي في بداية القرن العشرين ولم يكن يهدف إلى حل المفارقات الداخلية في حساب الاحتمالات ـ التي كان يحبذها ج. برتران ـ بقدر ما كان يستجيب إلى غاية تبرير تطبيقات جديدة لهذا الحساب داخل الرياضيات والعلم الطبيعي وكذلك نظرا لغزارة وثراء النتائج التي وقع إحرازها منذ لابلاس.

لقد صار التنظيم الأكسيومي شعارا نادى به هيلبرت (Hilbert) في عرضه للمسألة السادسة في مؤتمر باريس سنة 1901 : «إن الأبحاث حول المبادىء الأساسية للهندسة تؤدي بنا إلى طرح هذه المسألة : كيف نعالج بهذه الطريقة فروع العلم الطبيعي التي تؤدي فيها الرياضيات دورا مهيمنا. إن الفروع التي تأتي في الصدارة قبل الفروع الأخرى هي حساب الاحتمالات والميكانيكا.

أما مصادرات حساب الاحتمالات، فيبدو لي من المحبّذ جدا أن تكون مناقشتها في الفيزياء الرياضية وأن نطور في نفس الوقت بالتوازي بطريقة صارمة ومرضية منهج القيمات المعدلة، خصوصا داخل نظرية حركة الغازات»، (ص 81).

ما يقوله هلبرت هو صدى لحركة لم تكن آنذاك واضحة المعالم، لكنها أخذت في التوسع على مدى نصف قرن. يذكر هلبارت بولمان (Bohlmann) (1900) ويمكننا أن نضيف إليه إسم أ. ويمان (A. Wiman) (1900 ـ 1901) وكذلك محاولات أخرى لم تتأخر عن اللحاق بهما: إ. بورال (E. Borel) (1905) وس. ن برنشتاين(S. N. Bernstein) (1917) ور. فن ميزس (R. von Mises) (1919) وأ. لمنيكي (A. Lomnicki) (1923) وهـ. شتاينهاوس (H. Steinhaus) (1923).

يتعين على كل هذه المنظومات الأكسومية المختلفة أن تجيب على سؤالين يمكن أن نسوقهما كالتالي:

1) ما هي الأحداث، أي المواضيع التي يفترض أنها محتملة؟

2) أي ضرب من الدوال على الأحداث يجب أن يكون الاحتمال؟

أجاب جل الرياضيين على السؤال الأول بالاعتماد على جبر بول (algèbre de Boole) أما السؤال الثاني، فكان جوابه بالاعتماد على النظرية البوريلية (borélienne) في التقدير وبصفة أخصّ بالاعتماد على نظرية لوباغ (Lebesgue) وقد كان هذا الجواب من نصيب أ. ن. كلموغوروف (A. N. Kolmogorov) في سنة 1933[20]. لكن هذا أمر لا يهمنا في ما نحن بصدده. ولنذكر فقط في صياغة معادلة أن المسألة تتمثل في تحديد ـ σ ـ جبر على مجموعة Ω من الأحداث بحيث تحوّل هذه المجموعة إلى فضاء قابل للقيس فلا يكون الاحتمال شيئا آخر سوى قيس إيجابي كتلته 1.

بداية من ذلك التاريخ، لم تعد نظرية الاحتمالات تهتم ـ كما يقول دوب (Doob) إلا بـ«خاصيات قيس للفضاءات المختلفة وبالعلاقات المتبادلة بين الدّوال القابلة للقيس المحددة على تلك الفضاءات»[21]. أو أيضا : «إن نظرية الاحتمالات هي ببساطة فرع من نظرية القيس مع تركيز خاص ومجال تطبيق مميز»[22].

تعد وجهة النظر هذه مكسبا نهائيا منذ أكسيومية كلموغوروف، لكن هنالك معنى ما يمنع ـ على الصعيد الدلالي ـ من إرجاع نظرية الاحتمالات إلى التحليل بصفة تامة هو معنى الاشتراط وإن كان يرجع من حيث تركبه إلى تفكيك التقديرات. فكلموغوروف نفسه[23]، إنما أدرج الاحتمال الشرطي إنطلاقا من مبرهنة الاحتمالات المركبة (وكذلك كان إدراج مبرهنة بايس انطلاقا من مبرهنة الإحتمالات الجملية) وكان حينئذ يكتب (1) باعتبار $P(B) \neq 0$.

لكن هذا التعريف للإحتمال الشرطي كان قد أبرز صعوبة يقول عنها فيناتي (Finetti) : «يبدو أنه لا يوجد مبرر لا لاستخدام مبرهنة الاحتمال المركب كتعريف للاحتمال الشرطي ولا لإقحام القيد $P(B) \neq 0$»[24]. وإذا قبلنا انتقاد فيناتي هذا، فإننا نستطيع الحصول على $P(A \mid B) = 0/0$ غير محدد. بصفة أعم، نجد في البعض من مسائل الاحتمالات مقادير غير محصورة في حين أن نظرية كلموغوروف لا تقبل إلاّ تقديرا محصورا خاضعا إلى شرط $P(\Omega) = 1$.

بوسعنا أن نصيغ المسألة كالتالي : يمكن استعمال تقديرات غير محصورة لحساب الاحتمال الشرطي باعتباره قسما لقيمات تقدير غير محصور لمجموعتين (حيث تكون الثانية محتوية على الأولى) وهكذا نستطيع تحصيل قيمات معقولة لا تفوق 1. لهذا السبب يكون استعمال المقادير غير المحصورة مجديا في حساب الإحتمالات الشرطية. لكن،

لما كان استعمال هذه المقادير غير مبرر داخل نظرية كلموغوروف، فقد صار ضروريا تعميم هذه النظرية، إلاّ أن هذا التعميم كان من نصيب رياضي آخر هو أ. رنيي (A. Renyi) في سنة 1959.

يعطي رنيي[25] أولوية لمفهوم الاحتمال الشرطي لتعميم نظرية كولموغوروف ويضع المصادرات التالية :

لنضع : A : σ algèbre sur Ω, $B \subset A$.

المصادرة 1 :

$P(A \mid B) \geq 0$ si $A \in A$ et $B \in B$.

زيادة على ذلك

$P(B \mid B) = 1$ si $B \in B$.

المصادرة 2 : ليكن $B \in B$ أيا كان، فإن $P(A \mid B)$ هو تقدير، بمعنى أنه إذا كان :

si $A_n \in A$ ($n = 1, \ldots$) et $A_j A_k = \emptyset$ pour $j \neq k$ ($j, k = 1, 2, \ldots$),

فنحصل على : $P\left(\sum_{i=1}^{\infty} A_n \mid B\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_n \mid B)$.

المصادرة 3 :

Si $A \in A$, $B \in A$, $C \in B$ et $BC \in B$

نحصل على : $P(A \mid BC) \cdot P(B \mid C) = P(AB \mid B)$].

إذا روعيت هذه المصادرات الثلاثة فإننا نحصل على فضاء الإحتمالات الشرطية $[\Omega, A, B, P(A \mid B)]$

في هذه المرحلة لكن على مستوى آخر، يكون مفهوم الاحتمال الشرطي مدرجا باعتباره مفهوما أساسيا لتقديم حل رياضي لمسألة رياضية هي مسألة المقادير غير المحصورة، لكن شيئا ما من الضبابية

يبقى عالقا بهذا المفهوم وهذا ما دعا رنيي إلى تقمص دور الفيلسوف وإلى كتابة محاورة علمية[26] تصف في الأسلوب المميز للقرن السابع عشر مراسلة خيالية بين باسـكـال (Pascal) وفرما. في هذه المحاورة يبرر رنيي التمشي الذي يتوخاه بتقديم مصادرة جديدة يسميها مصادرة الاحتمال الموضوعي وهي لا تختلف في الحقيقة وحسب تصريح رنيي عن «مصادرة السببية التي تقضي بأن كل الأسباب التي تؤثر معا فـي ظاهرة ما، فهي تحدد بصفة دقيقة علة تلك الظاهرة، وأن نفس العلل تحدد دائما نفس المعلـولات»[27]. وفيما يخص الاحتمال الشـرطـي، يؤكد رنيي أنه لا يختلف جوهريا عن الاحتمال البسيط. السبب فـي ذلك حسب تصريحه هو أن «احتمال وقوع حدث ما يتبع الشروط التي لوحظ تحققه أو عدم تحققه فيها»[28]. يبدو أن المقصود من لفظة «شروط» لا يقتصر على صنف مناسبات الاختبار بل هو «تعميم مبدأ السببية» : «كل الظروف التي من شأنها أن تؤثر بكليتها في ظاهرة ما، فهي أيضا تحدد بمعنى غير موحد عندما تكون تلك الشروط معروفة جزئيا فقط، فإن علة الظاهرة لا تضبط بصفة غير مشتبهة، بل تتوفر إمـكـانـيـات متعددة لكل واحدة منها احتمال معين»[29] باعتبار هذه التوضيحات، يبدو منطلق رنيي واضحا :«إن الاحتمالات كلها شرطية، وعـنـدمـا تكون كل الشروط معلومة وثابتة، فإنها غير مصرح بها. أما إذا كانت متغيرة، فلا بد من اعتبار هذا التغير. فعبارة «احتمال شرطي» هي في الحقيقة تكرارية تماما مثل عبارة «إنسان مائت» إذ كون كل إنسان مائتا هو أمر معلوم. لكن ولتفادي كل سوء تفاهم، فإنه من المناسب دوما أن نتحدث عن الاحتمالات الشرطية عندما تكون الشروط متغيرة»[30].

هذه الجمل القليلة كافية لتبين أنه إذا كان الاحتمال الشرطي في نظر الرياضي الاحتمالي مبررا داخل صيغ عامة لمبدإ السببية، فإنه يتبـادر

كتقدير لمدى تبعية الاحتمال لتغير العلل ولقدرتنا على معرفة تلك العلل. فلا غرابة إذن أن يخفي الالتزام بالموضوعية تأويلا ذاتيا لم يتوصل رنيي إلى التخلص منه.

لقد فهمنا أن تصور «الاحتمال الشرطي» هو الذي يمنع من إرجاع حساب الاحتمالات إلى التحليل، وشاهدنا كيف أن هذا التصور يفرض نفسه ـ في عرض رنيي مثلا ـ عندما يتعلق الأمر بتقديم حلّ لمسألة فنية. أخيرا، لاحظنا كيف أن التفاوت بين السيطرة الرياضية وبين ضبابية دلالية ما أجبر الرياضي على التعمق في التوضيح الفلسفي لمعنى « الشرطي» وقد سعى رنيي في هذا التوضيح باعتماد صيغ منعتها عموميتها من النجاعة الحقيقية فكان تعرضه إلى مسألة السببية بكيفية فاقدة للوضوح إلى حد نزع عنه كل وجاهة.

إن تبرير الاحتمال الشرطي على الصعيد الحدسي يقتضي منذ البداية مراعاة الخبر الذي يقدمه وقوع حدث ما والذي يغير معرفتنا للحدث أو الأحداث الأخرى التابعة له، أو، بعبارة أخرى، يجب على تبرير الاحتمال الشرطي أن يبين كيف أن هذا الخبر يغير جملة الأحداث Ω بحيث يمكن أن تطرح منها كل الاختبارات التي لا تتلاءم معه. إلاّ أن دراسة هذا التبرير ترتبط بشدة بالبحوث حول سلوك الاستنتاج أو «سلوك الاستقراء» حسب عبارة فيناتي الذي «يدل على تصرف يأخذ بالاعتبار ما حدث في الماضي»[31]. وأشهر مثال على ذلك هو مثال سافاج (Savage) .

في كتابه «تأسيس الاحصائيات»(The foundation of statistics)[32]، ولغاية طرح مسألة الاستدلال الإحصائي، يعمد سافاج إلى إنشاء نموذج للإنسان العاقل الذي يكون إزاء وضعية غير متأكدة (incertain) أو عندما يبادر باختيار فعل من جملة أفعال ممكنة، فباعتبار عدم

تأكده، وباعتبار أن الخيارات توافق بعض المصادرات التي تسمى «معقولة» والتي تتعلق بالانسجام المنطقي وبالاستقرار، فإن الاختيار ليس شيئا آخر سوى قرانا ضمني بين الأعداد والأحداث الممكنة التحقق بحيث تكون لكل هذه الأعداد خاصيات احتمال ذاتية. فإذا كانت الأعداد «متجلية» على هذا النحو فإنه من الممكن حساب الاختيار الذي يجربه ذلك الشخص بين الأفعال البسيطة، بل وبإدراج مصادرة أخرى يمكن إنشاء دالة للفائدة ترجع كل اختيار بين الأفعال ـ مهما كانت ـ إلى مقارنة بين الفوائد المقترنة بها. إن هذا التصور هو في الحقيقة ـ وكما سوف يتبين ـ نموذج بايسي (bayesien) وبرنولي (نسبة إلى د. برنولي)، لكنه لا يكون تاما إلا بتقديم حجة صارمة على أن كل احتمال كمي يسمح بتحديد احتمال كيفي للأحداث، وكذلك العكس، أن نبين انطلاقا من احتمال كيفي يستجيب لشروط معينة، وجود احتمال كمي متلائم معه.

لا يتسع المجال هنا لعرض نموذج سافاج ولنكتف بالتأكيد على مفاصله الرئيسية. لنبدأ بالمعاني الأولية :

S من العناصر... s, s' وهي الحالات الطبيعية

F من العناصر f, g, h وهي النتائج

$\overline{F}$ من العناصر $\overline{f}, \overline{g}, \overline{h}$, وهي تطبيقات $S \rightarrow F$ الأفعال

$\geq$:علاقة تفضيل ثنائية، تقرأ «غير مفضل على...»

لا يهم المستوى الأول للنموذج إلاّ الاختيارات بين الأفعال ويعتمد إنشاؤه على ثلاثة مصادرات. يفترض سافاج أن للفاعل إمكانيات اختيار بين أفعال متعددة وأن هذه الاختيارات متعدية. وفي حال امتناع الاختيار بين فعلين متساويين، فإنه يكفي ترجيح أحدهما باعتبار فارق متناهي الصغر يضاف إلى نتائجه ويؤمّن تخيره الذي يبقى قارا

فيما بعد. إن اكتراث المرء بتنامي دخله - وإن كان ضئيلا - يبقى في نظر سافاج مبررا واقعيا ومعقولا لجواز القرار ولمنطقيته.

تقرر المصادرة الأولى إذن وجود ترتيب مسبق يجري على كل الأفعال ويعني هذا أن العلاقة ≤ «غير مفضل على» هي ترتيب مسبق وتام للأفعال.

[نقول أن $\bar{f}$ لا يتميز عن $\bar{g}$ ويكتب($\bar{f}, \approx \bar{g}$ si $\bar{f} \leq \bar{g}$ et $\bar{g} \leq \bar{f}$)]
يؤدي الترتيب المسبق الأول إلى ترتيب مسبق شرطي هو ترتيب للأفعال عند توفر إعلام جزئي، أي عندما نعلم تحقق الحدث B. ويدرج سافاج مصادرة ثانية لتعريف $(\underline{f} \leq \underline{g})$ /B باعتباره ترتيبا مسبقا تاما للاختيارات الشرطية للأفعال.

وبواسطة مصادرة ثالثة يؤدي هذا الترتيب المسبق إلى ترتيب للنتائج مما يسمح بتحديده كعلاقة داخلية مستقلة عن الحالات الطبيعية. نلاحظ عند هذا المستوى اعتناء سافاج في تقديم الاختيارات الشرطية.

لا يهم المستوى الثاني إلا الاحتمال الكيفي والذاتي ويعتمد إنشاءه على ثلاثة مصادرات إضافية. ويتمثل الطريق الذي يسلكه سافاج في تحليل فكرة أولية تقضي بأن «الحدث ليس أكثر احتمالا من غيره». يرمي هذا التحليل إلى إسناد فعل خاص لكل حدث باعتماد منظومة من العلاوات التفضيلية. وإذا كان هذا الاقتران بين الفعل والحدث يسمح بتحديد نظام مسبق يجري على الأحداث، فإن المطلوب هو أن يكون هذا الترتيب مستقلا عن قيمة العلاوات الممنوحة. وهكذا يحدد سافاج احتمالا كيفيا للأحداث (.≤) بالنسبة إلى الأحداث ...B, C, D.

1) .≤ هو نظام مسبق تام،

2) $B \leq C \Leftrightarrow B \cup D \leq. C \cup D$ في حال : $B \cap D = C \cap D = \emptyset$;

3) $\emptyset \leq. B ; \emptyset \leq. S$

بعد ذلك يبين سافاج أن العلاقة «≤.» على الأحداث هي احتمال كيفي. يخصص المستوى الثالث من النموذج بصفة كلية للاحتمال الكيفي على الأحداث. ولا يعتمد سافاج في إتمام هذه المرحلة إلاّ على المصادرات الستة التي قدمها سابقا وعلى النتائج التي تحصل عليها من قبل فيعرف *احتمالا كيفيا* ما أو *قيس الاحتمال* باعتباره دالة مجموعة P(B) تقرن كل $B \subset S$ بعدد حقيقي بحيث :

1) $P(B) \geq 0, P(S) = 1$

2) $Si\ B \cap C = \emptyset, P(B \cup C) = P(B) + P(C)$

يظهر بوضوح أن كل احتمال كمّي يسمح بتعريف احتمال كيفي على الأحداث في حين أن العكس غير صحيح. لنذكّر بأن قيس الاحتمال P يتلاءم بالضبط مع الاحتمال الكمي ≤. إذا .

$P(B) \leq P(C) \Leftrightarrow B \leq. C$

ويقال أنه يكاد يتلاءم مع الاحتمال الكيفي إذا :

$B \leq. C \Rightarrow P(B) \leq P(C)$

[قد يحدث أن $P(B) = P(C)$ وإن كان $B <. C$]

يبين سافاج أن شروطا معينة على ≤. تضمن وجود قيس الاحتمال متلائم بالضبط مع الإحتمال الكيفي الذي أنشأ سابقا. ويبين بعد ذلك وجود قيس احتمال شرطي كمي يتلاءم معه بالضبط.

يخصص المستوى الرابع من النموذج لاستنتاج وجود دالة للفائدة في المعنى الذي حدده فن نيومن (von Newmann) ومورغنستارن (Morgenstern). حينئذ فقط يصير فعل ما موضوع اختيار أضعف من اختيار فعل آخر إذا كان الأمل الرياضي من فائدته أقل من الأمل الرياضي من فائدة الثاني. هكذا تصير المقارنة بين الأفعال مقارنة بين فوائدها المرتقبة.

تكشف إعادة تركيب استدلال سافاج أن نظام استنتاجاته مطابق لنظام المعاني إلى حد يجعل مراحل الاستدلال الرياضي خاضعة إلى تجميع للقضايا بحسب معانيها : اختيار بين الأفعال، ثم احتمال كيفي، ثم احتمال كمي وأخيرا الفائدة. فوجود دالة الفائدة يستنتج من وجود دالة الاحتمال الشرطي الكمي الملائم، وهذه بدورها تستنتج من الاحتمال الكيفي وأخيرا من التفضيل الشرطي على الأفعال[33].

لقد كان إنشاء نموذج السلوك، أي نموذ الإنسان العاقل المقتصد (*homo rationalis œconomicus*) ضروريا لتبرير معنى الاحتمال الشرطي فيكفي أن يمتثل هذا الإنسان النموذجي إلى متطلبات الانسجام المنطقي والاستقرار ليبدو تصرفه مستندا إلى قيس للاحتمال يحول الإطلاع العام على الأحداث البسيطة الأولية إلى توزيع للاحتمالات قبلي يؤول في النهاية إلى تخيّر أكبر فائدة مرتقبة. ينتسب هذا التخطيط إلى تصور بايس مع تكملة من حكمة برنولية (maxime bernoullienne). بعبارة أخرى وكما يقول فناتي «إن الصياغة البايسية هي التي تعلمنا كيف نأخذ بالاعتبار وبطريقة سليمة كل عنصر جديد من المعرفة : يُعوض الرأي الأول (أو التوزيع حسب الاصطلاح) بكل معطاة جديدة إلى أن نبلغ تدريجيا وفي نهاية المسار، الرأي (أو التوزيع) النهائي. وباعتبار هذا الرأي النهائي، يمنحنا معيار برنولي طريقة لاختيار أفضل قرار من جملة القرارات الممكنة»[34] لكن المسألة تبقى قائمة برمتها وإن قبلنا فرضيات سافاج : لا بد للإنسان العاقل المقتصد الذي يستخدم اطلاعه القبلي على أحسن وجه من منهجية لاختيار توزيع قبلي ولا يبدو أن نظرية سافاج توفر مساعدة ذات بال لهذا الغرض. لكن هذه المسألة هي نفسها التي تعترضنا في وضعية القرار الإحصائي.

هكذا إذن طرحت مسألة الاحتمال الشرطي مرتين وفي غضون

قرنين. وكان ذلك لأسباب داخلية في حساب الاحتمالات وباستقلال عن كل تأويل. فلم يصرح حقيقة بالسؤال عن الاحتمال الشرطي وعن تأويلـه إلا عندما عقـد العزم على بنـاء نموذج لوضعيـة القرار هذه أو تلك. لقد كانت الفرضيات ذات الطابع النظري والمتعلقة بوضعية القرار هي نفسها التي وفرت للتأويل عناصره المقوّمة. رأينـا في الحالتين اللتين نعتبـرها هنا كيف أنـه لا يبقى من خلال مـعجم السببـية الذي أدرجه لابلاس إلا السلوك الاستقرائي وهو الذي استمر وجوده من بعد. لمرتين في التاريخ، نـــشاهد نهجا مزدوجا مـع اختلاف في الوضعية: ففي المرة الأولـى، نرى كيف تـغير معـنى التبـعية الصـدفية (dépendance stochastique) عند تناوله بواسطة الاحتمال الشرطي في مناسبة بحث رياضي خالص. فلا نحصل إلا على صياغة للسببية ضعيفة جدا لأنها كانت عامة جدا. هذا ما أمكننا قراءته عند لابلاس وكندرساي ورنيي وغيرهم. بعـد ذلك وعند تطبيق هذا التـمشي على نموذج القرار، لا يبقى من الاحتمال الشرطي إلا مسألة في الاستقراء الاحصائي وهذا ما أمكننا قراءته عند كندرساي وسافاج. ما نحصّله في هذه الحالة الأخيرة لا يمثل معرفة للعلاقة بين العلل والمعلولات، بل هو «درجات المصداقية أو الاعتقـاد» التي توجـه اختياراتنـا على أساس مـا توفر من إطلاع. وتبقى الضبابـية الدلالية عالقة جـــوهريا بمـــعاني «الإنســـان الناخب» (*homo suffragans*) أو «الإنســان البـرنولي» (*homo bernoullien*) أو «الإنسان العاقل المقتصد» (*l'homo rationalis œconomicus*) حيث يبدو كل واحد من هذه المعـاني وصفا مواتيا لوضع أكسمـة لنظرية القرار، ويبدو في نفس الوقت نظرية في خصـوص ظاهرة نريد أن توجد فيها لغة السبـبية. إن هذا الإزدواج هو سمة مشتركـة لأعمال عديدة تلت أعمال والد (Wald) ونـيمان وفن نيومـان ومرغنستارن وت. هافـلمو (Haavelmo) وسافاج وغيرهم.

من هنا نفهم محاولات سوبس الحديثة لإدراج متغيرة الزمن في طرح مسألة السببية، وذلك بتغيير جبر الأحداث. تبقى هذه المحاولة غير كافية إذ أن الترتيب فيها شبه زمني ومنطبق في حقيقة الأمر على قضيتين لغاية تحديد الاحتمال الذي يسمح بدوره بالحكم على ثبوت علة باستقلال عن كل اعتبار للنظرية المحددة للعلة أي باعتبارها علة ما لمعلول ما. وكما توحي به الأعمال الحالية في النظريات المتعلقة بالمسارات الصدفية التي يدمج فيها الاشتراط مع المتغيرة الزمنية فإنه من المحتمل جدا أن يذهب البحث مستقبلا في هذه الاتجاهات للتغلب على هذه الصعوبات.

الهوامش

(1) من بين الأعمال المتعددة لـ. ج. غ. غرانــجاي يــمكن أن نذكــر أولا أطــروحتين لــه : «فــي الــمــنــهــجــيــة الإقــتــصــاديــة» (1955, Méthodologie économique) و«الرياضيات الاجتماعية للماركيز دي كندرساي» (1956, La mathématique sociale du Marquis de Condorcet) وكذلك «الفكر الصوري وعلوم الإنسان» (Pensée formelle et sciences de l'homme, (Aubier, 1960).

(2) انظر خصوصا : غرانجاي 1968، وغرانجاي 1992.

(3) P. Suppes, ***Probabilistic Metaphysics***, NY, 1984 وقد صدرت بعد ذلك العديد من الكتب في هذا الصدد طور مؤلفوها بالاعتماد على قواعد «الأسكلائية الحديثة» (scolastique moderne) النقاش الذي بدأه بـ. سوبس.

(4) نفس المرجع، ص 47، لنذكّر فقط بالتعريف الذي أعطاه سوبس: «يكون الحدث B علة أولية لحدث A بالشرط وبالشرط فقط : (I) : أن يحدث B قبل A، (II) علما بحدوث B يكون الاحتمال الشرطي لتحـقـق A أكبر من الاحتمال غير الشـرطـي لتحقق A».

(5) An Essay towards solving a problem in the doctrine of chances (communicated by M. Price), Philosophical Transactions, 1763, 1764.

(6) I. Todhunter, A History of the Mathematical Theory of Probability, 1865; reproduit par Chelsea, NY, 1949, p. 295.

(7) هذا ما كتبه جاك برنوي : «لنأخذ عدد الحالات الايجابية وعدد الحالات السلبية في نسبة ـ دقيقة كانت أم تقريبيـة ـ r/s وكانت نسبة الحالات الايجابية إلى العـدد الجملي لكل الحـالات $\frac{r}{r+s}$ أو $\frac{r}{t}$ محصورة بين الحدود $\frac{r+1}{t}$ و $\frac{r-1}{t}$. ما ينبغي اثباته هو أنه يمكن إجراء عدد من اختبارات حيث يكون يقع عدد الحالات الايجابية اثر تكرار الاختبارات عددا من المـرات c مثلا داخل الحدود المذكـورة وليس خارجها. يعني ذلك أن نسبة عدد الملاحظات الايجابية إلى العدد الجملي هى نسبة أصغر أو مساوية لـ $\frac{r+1}{t}$ وأكبر من $\frac{r-1}{t}$ » *Ars Conjectandi*, 1973, p. 236.

(8) R. A. Fisher, ***The design of experiments***, London, 1960, p. 6.

(9) ***Œuvres complètes de Laplace***, Paris, 1841, t. VIII, p. 28.

(10) نفس المرجع، ص 29.

(11) نفس المرجع، ص 29.

(12) نفس المرجع، ص 30.

(13) Condorcet, ***Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix***, Paris, 1785, p. 187- 189.

(14) J. Bertrand, *Calcul des probabilités*, Paris, 2e éd., 1907, p. 138-139.
(15) لقد بينا في دراستنا *Condorcet, Mathématique et Société*, Rashed, 1974 أن مسألة «التقدير» إنما طرحت مع كندرساي ونستخدم هنا الحجج التي قدمناها في هذه الدراسة.
(16) Essai..., IV.
(17) انظر : Granger, 1956, p. 102 s و R. Rashed, 1974, p. 64 s.
(18) من ص 5 ـ 83 Condorcet, Essai..., op. cit.,.
(19) انظر مقالة كندرساي « Probabilité » في *l'Encyclopédie méthodique* باريس 1785، ص 651.
(20) المقصود هو *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitrechnung* الذي نشر سنة 1933 ضمن *Ergebnisse der Mathematik* وقد ترجم إلى الإنقليزية سنة 1950، *Foundations of the Theory of Probability, Chelsea*, NY.
(21) J. L. Doob, Stochastic Processes, Londres, J. Wiley, 2
(22) نفس المرجع، V.
(23) المرجع المذكور (الترجمة الإنقليزية)، ص 6.
(24) Bruno de Finetti, Probability, *induction and statistics*, Londres, J. Wiley, 1972, p. 82.
(25) A. Renyi, « On a new axiomatic theory of probability », *Acta Math. Acad. Sci. Hungaria 6 (1955), p. 285-334.*
(26) A. Renyi, *Letters on probability*, Detroit, Wayne State University Press, 1972.
(27) نفس المرجع ص 43 ـ 44.
(28) نفس المرجع ص 32.
(29) نفس المرجع ص 44.
(30) نفس المرجع ص 32.
(31) B. de Finetti، نفس المرجع، ص 162.
(32) نشرة J. Wiley سنة 1954 وDover سنة 1971، انظر أيضا تحليلنا لمساهمة سافاج :
« La mathématisation des doctrines informes dans la science sociale » (Rashed, 1972).
(33) انظر : R. Rashed, 1972.
(34) B. de Finetti، نفس المرجع، ص 161.

حوار مع رشدي راشد

أجراه :أحمد الحسناوي،
وكرستيان هوزال، وريجيس موريلان.

ترجمة صالح مصباح
ومقداد عرفة منسية

*** لنبدأ بالسّؤال عن مسيرتك، كيف كان تحصيلك العلمي في مصر ثمّ في فرنسا؟**

-إنّ الإجابة على هذا السؤال، في الواقع، بسيطة جدا؛ لقد كان تحصيلي في ثلاثة مستويات: الجامعي الكلاسيكي، وغير الجامعي وفي العلوم [الدقيقة]. ففي ما يخص التحصيل الجامعي الكلاسيكي، اخترت بعد إتمام المرحلة الثانوية مواصلة دراستي في الفلسفة فكان ذلك في جامعة القاهرة، رغم بعض الألفة مع الرياضيات. وكنت قد اكتسبت في الوقت ذاته بمقتضى متطلبات شخصية تكوينا [عربيا] كلاسيكيا، وبالأخص في مجال اللغة على يدي محمود شاكر الذي كان أفضل علماء اللغة في مصر في تلك الفترة. أمّا تحصيلي غير الجامعي فقد تضمن روافد متعددة. فقد أحسست منذ سنتي الثانية في دراسة الفلسفة بالحاجة ـ والرغبة ـ في العودة إلى الرياضيات، ولذلك

اتصلت بكلية العلوم بجامعة القاهرة للسماح لي ببداية دراسة الرياضيات، فكان لي ذلك دون الحق في اجتياز الامتحانات، لأنه كان يمنع آنذاك الترّسيم في كليتين مختلفتين. وكنت أدرك منذ بداية تحصيلي، وحتى قبل الالتحاق بالكلية، أنني سآتي إلى فرنسا، فقد عزمت على ذلك عند بدء دراستي للفلسفة، وقد كان هذا الترتيب لبرنامج دراسات علمية منذ سنّ السادسة عشر، والعزم على السفر عقب إجراء الامتحان مهما كانت نتيجته، موضوع تهكم زملائي وأساتذتي . لقد كان اختيار باريس طوعا نظرا للهالة التي كانت تحيط بهذه المدينة باعتبارها مكان حرية، لا يفرض فيه الانخراط في مذهب معيّن. ومع أني قُبلت في نفس الوقت في جامعة اوكسفورد، فقد خيرت المجيء إلى هنا، إلى باريس. وكذلك كان وراء هذا الاختيار تقليد : فقد كان المثقفون المصريون في الفلسفة أو في غيرها ورثة تقليد تحصيل فرنسي مديد سواء كان ذلك في باريس، أو حتى في القاهرة بفضل أساتذة زائرين مثل اندريه لالاند (André Lalande) والكسندر كويريه (Alexandre Koyré).

*** سؤالان حول الفترة المصرية : أولا، هل يمكن أن تذكر في عجالة، كيف كان المناخ الفكري العام في مصر في تلك الفترة _ أي الخمسينات _ ، ثم هل يمكن أن توضح نوع التحصيل الفلسفي الذي اكتسبت هناك ؟**

- لقد كان ثمّة في مصر الخمسينات تقليد فكري ومحيط فكري حركي وحيّ، فلم يكن من الممكن أن يبقى شاب متفتح ولا يكترث بتيارات الفكر التي كانت تعتمل في الوسط المصري آنذاك. وكانت هنالك أيضا إمكانات تحصيل فكري حقيقية : فكنت إن التمست لغويين معتبرين وجدت، وكذلك إن التمست علماء ذوي تكوين

متين لوجدت أيضا. هكذا كان الحال، غير أن الوضع كان متناقضا يتذبذب حسب الفترات بين الديمقراطية المطلقة والدكتاتورية، وذلك من الأهمية بمكان بالنسبة إلى تكوين الشخصية، خاصة شخصية الشبان في تلك الفترة. ثم كان الانقلاب العسكري. وقد كنت شخصيا منذ البداية في المعارضة لسبب بسيط للغاية: لم أكن أعتقد إطلاقا أن انقلابا عسكريا في مقدوره أن يحوّل مجتمعا. ثمّ كان تأميم قناة السويس الذي أعاد فتح أفق ما، ولكنني كنت آنذاك قد غادرت مصر. لقد كان في متناول الطالب أو الشاب في القاهرة، في مثل هذا الوسط، الاطلاع على كل المنظومات الفكرية والفلسفية التي تعتمل في العالم. فلم يكن بلوغ ذلك يتطلب دربة أو موهبة خاصة. أما التّحصيل الفلسفي فهو شأن آخر. فلم يكن الأساتذة متميّزين بالتفوّق ولا بالرداءة، إذ كانوا غالبا جامعيّين ناقشوا أطروحة الدولة في الصربون، فكانوا يكافئون نظراءهم من الأساتذة، ولكن دون أن يستحقّ أيّ منهم صفة الفيلسوف الحقيقي. هذا في الجامعة أما خارجها، فكان ثمّة. وقد كان الأساتذة في الجامعة عاديين. غير أن الحال آنذاك تختلف جوهريا عمّا هي عليه الآن، إذ كان بعض الطلبة في تلك الفترة جيّدي التحصيل، إذ كان التكوين الثانوي يضع في متناول بعض الطلبة لغتين على الأقلّ، زيادة على العربية، فكانوا قادرين على الاشتغال بالفرنسية والإنقليزية، وحتى الألمانية في بعض الحالات، وقد تلقوا زيادة على ذلك تعليما كلاسيكيا يتضمّن قدرا أدنى من اللغات القديمة مثل اللاتينية والإغريقية.

أمّا فيما يخصّ تعليم العلوم الدقيقة، كالرياضيات مثلا، فقد كان جيّدا، إنّه تعليم فترة ما بين الثلاثينات والخمسينيات، أي قبل الإصلاح؛ فقد كانت الرياضيات تقتصر على التحليل، وحساب التفاضل، الخ. فلم تكن هي الرياضيات اللاّحقة لتحديث تعليمها.

لقد كانت تلك هي مصر التي غادرتها إلى باريس في 22 سبتمبر1956، أي قبل العدوان الثلاثي على السويس بقليل.

***وهناك انضممت مباشرة إلى معهد تاريخ العلوم بنهج الفور (rue du Four)؟**

ـ لقد كان هناك عند وصولي إلى باريس أستاذان يدرّسان المنطق وفلسفة العلوم في الصربون، أعني رونيه بواريه (René Poirier) وجورج كانغيلهام (Georges Canguilhem) الذي كان قد عيّن حديثا. فسجّلت في رسالة دكتوراه بإشراف رونيه بواريه وكنت أريد أن أشتغل على موضوع محدّد كانت صياغته الأولى وغير المحكمة «موضوعية القانون السوسيولوجي»، وصار فيما بعد بحثا حول ترييض المذاهب اللاّمتشكلة (mathématisation des doctrines informes)، ولكن ذلك التحوّل دام سنوات. وكنت ذهبت لحضور درس جورج كانغيلهام، ولم يكن اتّصالي الأوّل به مشجّعا جدا، وانصرفت وقلت في نفسي لن أتّصل به ثانية. ولكن بعد سنتين أقنعني صديق لي بالذهاب إلى معهد تاريخ العلوم ومقرّه نهج الفور، كان ذلك سنة 1959، حيث بدأت العمل مع ج. كانغيلهام الذي استمرّ إلى حين رحيلي إلى ألمانيا. وعدت إلى المعهد فور رجوعي.

*** وماذا عن الإقامة في ألمانيا؟**

- لقد كان ذلك في العام الأكاديمي 61 ـ 62 ولأسباب لا علاقة لها بالجامعة. فقد حرمتني الحكومة المصرية من المنحة الدّراسية لأسباب سياسية، وكان ينبغي أن أجد حلاّ. فعيّنت مساعدا لتدريس المنطق في جامعة همبولدت ببرلين. وقد اكتشفت أنهم لم يكونوا هناك يشتغلون

كثيرا بالمنطق ولا بفلسفة العلوم، لذلك كنت تجدني دوما في قسم الرياضيات ؛ وكانت صلاتي قليلة بقسم الفلسفة الذي كان يدرس فيه أساسا قرارات المؤتمر 22 للحزب الشّيوعي. بيد أنه كان ثمّة منطقي واحد هو غيورغ كلاوس (Georg Klaus) الذي كان فعلا يشتغل بالمنطق. وبعد سنة ولعديد الأسباب قرّرت مغادرة تلك الجامعة. ولمّا كنت غير راض على ذلك التّحصيل الفكري، فقد عدت إلى باريس لإتمام أطروحة دكتوراه الدولة، وكنت أنوي العودة إلى مصر.

*** ما هو الانطباع التي حصل لديك عند وصولك إلى فرنسا عن المناخ العام: النظام الجامعي والفكري والسياسي؟ والنقطة الثانية، هل شرعت في دراسة العلوم منذ البداية؟**

-سأبدأ بالنّظام الجامعي. لقد خاب ظنّي بعض الشيء بالصربون عند وصولي إلى باريس، إذ وجدت أن تدريس فلسفة العلوم والمنطق لم يكن، باستثناء بعض الدروس مثل دروس ج. كانغيلهام، ذا مستوى رفيع جدا. أجل كان ثمّة تدريس لتاريخ الفلسفة كان أكثر إقناعا. وكنت أتابع أيضا خارج الصربون _ فقد نسيت الفترة بالتدقيق إذ اختلطت عليّ السنون بعض الشيء - درس موريس ميرلوبونتي (Merleau-Ponty)مثلا، وكذلك دروس غيرولت (Gueroult).

أمّا كلّيات العلوم _ ورغم الظروف الصعبة و الاكتضاض - فقد كانت بالنسبة إليّ، وسأعود إلى ذلك، اكتشافا. وقد حاولت منذ البداية دراسة العلوم غير أنّ الأمر كاد أن يكون في حكم الممتنع. فقد كان هناك أوّلا مشكل لغوي يتعيّن عليّ حلّه، وعلاوة على ذلك لم يكن من السّهل الحصول على مقعد لحضور الدرس. فبدأت العمل منفردا بدل الذهاب إلى الكلية، ولكنّني عدت لاحقا إلى الكلية لإنجاز الأمور كما ينبغي.

أمّا على الصعيد العام، فقد كانت تلك الفترة عصيبة جدا، وسأروي الأمور كما رأيتها آنذاك. كانت الحرب الاستعمارية حرب الجزائر على أشدّها وكنّا في سنة 1956. فعندما ذهبت إلى ألمانيا بدأت أشعر ببعض الرّاحة، لأنني كنت في باريس أشعر بالكثير من الاضطهاد. لكن كان ثمّة يسار؛ ولم يكن يهمّني الاتّفاق مع بعض توجّهاته دون أخرى: كان يوجد حزب شيوعي هامّ، ويسار مسيحي نشط لحدّ ما، ويسار اشتراكي ـ أعني أولئك الذين خرجوا عن الحزب الاشتراكي الفرنسي لتأسيس الحزب الاشتراكي المتجدد (PSA) أوّلا، وبعد ذلك الحزب الاشتراكي الموحّد (PSU). كل ذلك يساعد على نوع من الاندماج، حتى في حال الإعراض عن السّياسة، بحيث أن المثقّف الشّاب الذي كان يعيش في ذلك الوسط لم يكن يشعر لا بالغربة ولا بالعزلة؛ فكان يجد في ذلك الوسط أصداء لانشغالاته الخاصّة، ومع من يتحاور ويناقش، ومع من يسافر. ولربّما أمكنني القول بالأساس إنه كان في وسع الشاب القادم من حيث قدمت أن يشعر بعض الشيء أنه في بلده. وكان هناك أيضا شخصيّات مثل رونيه بواربيه الذي كان يمينيا، ولكنّه من اليمين الليبرالي وكان يؤمن أن ثمّة حدودا لا يمكن تجاوزها، حيث كان من الممكن أن نقيم مع هذه الشخصيات علاقات إنسانية بدون توتّر شديد. ولا أرغب في إطالة الحديث في هذا الشّأن، حتى لا ننجرّ إلى تناول تفاصيل الحياة السّياسيّة في فرنسا. أمّا على الصعيد الفكري، فقد كانت حقبة توجد فيها معا منظومات فلسفيّة، ومدارس فلسفيّة في منتهى الاختلاف مع أنّها كانت كلها صارمة: فلم تكن الوجودية وفيها شخصيّات من أمثال سارتر أيّ مذهب اتّفق، وكذلك الشّخصانية المسيحية، تلك المجموعة من المثقّفين المعروفة

في نهج مادام، واليسار الشيوعي بمفكّريه، الخ. حاصل الأمر أنه كانت ثمّة حياة فكرية كثيفة، لا مكتفية بمجرّد اللغو.

*** هلاّ حدثتنا قليلا عما تدين به لكانغيلهام؟**

ـ أدين له بالكثير، الكثير، غير أنني لا أقدر على تحديد ذلك الدّين إذ يعوزني الحياد والموضوعية الضّروريّين. فعلى صعيد الصّلات العلمية، كانت الصرامة التي يتّسم بها في كلّ فكره، وطريقة عمله تستجيب لما كنت أتطلّع إليه؛ ولقد تعلّمت منه الكثير دون شك، وخاصّة ممارسة تاريخ العلوم ذي البعد الايبستمولوجي، ووفق مقتضيات ايبستمولوجية، فهذا متأتّ من عنده، وقد وجد عندي دون شكّ قبولا، و إلا فما أظنّ أنني كنت اشتغلت على تاريخ العلوم، وهو أمر مفروغ منه. ولكن لما كان اهتمامه بتاريخ الطبّ والبيولوجيا، في حين كان انشغالي بمجالات أخرى... إلاّ أنّه من الصّعب جدّا أن أحدّد بدقّة ما أدين به له.

*** فلعلّه طريقة عمل؟**

ـ إنّه دون شكّ طريقة عمل، أو ربّما طريقة في الكتابة، لكنني هنا آخر من يحقّ له الحكم في ذلك.

*** هل يمكن أن تحدثنا باختصار عن دراستك للرياضيات؟**

ـ لقد استمتعت كثيرا بحضور دروس غودمونت (Godement)، ودروس كارتان (Cartan)، وأساتذة من ذلك الطراز؛ إذ اكتشفت ضروبا أخرى من الرياضيات غير مجرّد التّحليل؛ فقد اكتشفت الجبر المسمّى بالحديث، ونظرية الأعداد، ثم عناصر الجبر الهندسي التي

كان يتعيّن علـيّ اكتسابها لأجل دراستي لديوفانطس. ومازلـت إلـى الآن أشعر بلذّة جمّة كلّما تـذكّرت دروسا مثل دروس غودمونت أو دروس كارتان. إنّها ذكريات دروس مشرقة فعلا لم يكن هدفها مجرّد تلقين معرفة، بل هي أكثر من ذلك. أجل كان ثمّة المعرفة، لكن كان ثمة أيضا طريقة ما في الإحساس بالرياضيات وفي قولـهـا والـتّعبيـر عنها. ثمّ كان لبعضهم التزامات سياسية تظهر من خلال دروسهم دون أن ينجـرّ عنها أيّ تخـلّ عن الصّرامة العلمية. لقد كـان ذلـك حـقّا اكتشافا، إذ كانت أشياء لا تدرّس في القاهرة، ولم يكن لي بها عهد. كان المرء يشعر بأنه قد ألقي به مباشرة في الحداثة، أو في كلّ حال في حداثة ما.

*** لقد كان الانتقال إلى الرياضيـات، مـع ذلـك، ورغـم جـذوره القديمة، منعطفا بالنسبة إليك.**

- أجل كانت لذلك جذور قديمـة، إلاّ أن الأمر أكثر من ذلـك. وهو يعود إلى سنوات الـدّراسة الثانوية. واخترت مـع ذلـك دراسـة الفلسفة رغم كل ما يتعارض مع هذا التغيير لمساري الدّراسي. وقد عدت بعد مرور سنة بعض الشيء إلى الرياضيات. لكني شـرعـت، منذ سنتي الثانية في كـلـيّة الفلسفة، في تـعـلّم المنطق، والوضعيـة المنطقية، الخ . . . ، وهي أشياء لم تكن معهودة في تلك الفتـرة. وإنها لمسألة معقّدة، فكانت تنتابني الرّغبة في أمر والرغبة في الوقت نفسه أن أكون في شأن مغاير، لكأنّها سكيزوفرنيا. وأشعر أحيانا أنني لم آخذ كفايتي لا من الرياضيات ولا من الفلسفة.

*** لننتقل إلى أغراض بحوثك المختلفة. لقـد بـيّنت لنا أنّك كنت تشتغل على موضوع رسالة دكتوراه يتعلّق بعلم الاجتماع، وقد**

ظهر تواصل ذلك الغرض الأوّلي، أي مسألة ترييض العلوم الاجتماعية، فعلا عندما نشرت أعمالك الأولى؛ وهو يبدو للعيان في المقال حول «الإنسان البرنوللي» (bernoullien) المنشور ضمن المجموع حول ترييض النّظريات اللاّمتشكّلة، ثمّ في الكتاب حول كوندرسيه. هل لك أن تزيد الأمر تدقيقا؟

ـ سأعود قليلا إلى الوراء، إلى فترة التّكوين وأنا شاب؛ لأقول إن اختياري الأوّل لموضوعية القانون السوسيولوجي كان تركيبا من تساؤلات منطقية بدأت تشغلني في تلك الفترة، ومن مشروع شابّ مصريّ كان يعيش في وسط يتطارح كل المنظومات الفلسفية أو الاجتماعية، ويرفض أن يكون ماركسيا. وسيتحوّل هذا الموضوع سريعا، أي «موضوعيّة القانون السوسيولوجي» بتأثير الرياضيات إلى صياغة جديدة وهي «ترييض النظريات اللاّمتشكلة». أواصل الكلام عن تكويني؛ لقد كانت تلك الفترة أيضا بداية اشتغالي بجدّيّة على حساب الاحتمالات مع صديقي صلاح احمد المختصّ فيها، وذلك من أجل رسالتي للدكتوراه. وكانت المسألة الرئيسية كما يشير إلى ذلك العنوان: إلى أيّ مدى يمكن تطبيق الرياضيات في ذلك المجال، وما هي شروط إمكان تطبيق الرياضيات في مجال لم توجد فيه بعد نظريّة متطوّرة، أي لا توجد فيه مفاهيم دقيقة ومضبوطة مبنى ومعنى؟ تلك كانت المسألة، ولم تكن في تقديري تختزل في السّؤال الكانطي عن شروط إمكان المعرفة، إذ كانت المعرفة التي كان كانط يهتمّ بها قائمة على نظرية هي الفيزياء. أمّا أنا فقد كنت أريد أن أتناول مجالا لا نظرية فيه، ومن ضمنه مجال العلوم الاجتماعية. وكانت تلك العلوم المجال المعاصر المناسب لطرح تلك المسألة والإجابة عليها. وكنت في قرارة نفسي على اقتناع بأنّ الاشتغال على الإبستمولوجيا

الآن وهنا، يقتضي طرح هذا الضّرب من الأسئلة لتفادي تكرار ما كان قد أنجز. لقد كان ذلك نوعا من طرح السّؤال في عموميّته الفلسفية انطلاقا من خبرة في علم الاجتماع وفي علم النّفس الاجتماعي وفي الاقتصاد ـ إذ تحصلت على دبلوم في علم الاقتصاد أيضا. وقد فحصت كلّ تطبيقات الرياضيات، كلّها أو تكاد، في علم النّفس الاجتماعي ـ واشتغلت على التّحليل العاملي(analyse factorielle). وكان ذلك عملا كثيفا، وقد كتبت في تلك الفترة مؤلّفي حول كوندرسيه، الذي كان يمثّل البعد التاريخي من عملي، في حين كانت الدراسات التي شرعت فيها حول «الإنسان البرنوللي»، تعنى ببعده الإبستيمي. كانت المسألة الأهمّ في كلّ هذا هي التّالية: هل توجد أوضاع تاريخية مماثلة ؟ أعني أنه لا يكفي إنجاز هذا العمل من مجرّد منظور المقارنة ؛ فلا يكفي اعتماد مثال من هنا وآخر من هناك، وتحليلهما، بل كان ينبغي إعادة تركيب السنّة في هذا المجال كاملة أي سنّة تطبيق الرياضيات على الحقول الاجتماعية ؛ لذلك عدت إلى القرن الثّامن عشر وإلى مؤلّفين مثل كوندرسيه وغيره. وكان هذا العمل في الوقت نفسه عملا في تاريخ حساب الاحتمالات، فاستأنفته انطلاقا من أعمال آل برنوللي ـ جاك ونيقولا برنوللي بالأخص ـ وهي الدّراسات التي ألمحت إليها؛ وقد كتبت في هذا الغرض زهاء **600** صفحة لم تنشر أبدا. بيد أنني أدركت أن الرياضيات تظلّ على الدّوام خارجية : أعني أن الرّياضيات تبقى رغم نجاعتها، ورغم مساعدتها على مقاربة بعض الظواهر وبناء نماذج للبعض منها، الخ ... ورغم كلّ ما يقال، تبقى خارجيّة وخالية من كل قدرة على التنبّؤ. وبعد ذلك بدأت التخلّي عن هذا المجال، لأنني كنت أعرف أنني لن أقوم إلا بعمل مكرور لو تماديت.

*** وقد أجريت بعد ذلك على البصريّات فكرة التوسّط الضّروري لما تسمّيه نظرية ثالثة. فهل خطرت لك هذه الفكرة بمناسبة ترييض العلوم الاجتماعية هذا؟**

- لقد اعتقدت أنه بوسعي التّمييز بين ضروب مختلفة من التّطبيق: تطبيق يمكن أن يسمّى مباشرا، دون توسّط نظريّة مكتملة ؛ وتطبيق بتوسّط اختصاص معرفيّ ثالث. وقد بدا لي هذا الضّرب الأخير جوهريّا فيما يخصّ تطبيق حساب الاحتمالات على علوم الإنسان، لأنه يتمّ بواسطة مذاهب أو ببعض تأويلات معيّنة لهذا الحساب ذاته. وقد بحثت انطلاقا من ذلك عن وضعيّات مماثلة في علم المناظر والميكانيكا وحتّى في الكهرباء، وأعتقد أنني وجدتها. إن تحليل هذا الضرب من الوضعيّات يحدث تلك الجدليّة بين المذهب والرياضيات، وبين الإيديولوجيا بالمعنى الرفيع وبين المعارف العلميّة، وهي الجدليّة التي حاولت وصفها ؛ فنحن نلاحظ أنّ كلّ اختصاص يبلغ درجة من النّضج يفرز إيديولوجيا ما تسمح له بالمضيّ قدما، وبتجميع ظواهر أخرى. مثلا عندما تشكّلت البصريّات الهندسيّة وأصبحت اختصاصا بحقّ، عندئذ اشتقّت البصريات الفيزيائية باعتبارها نظرية سيطبّق عليها علم المناظر الهندسية أو جزءا من المناظر الهندسية بصفتها اختصاصا ثالثا، وهلمّ جرّا. تلك هي الإشكالية التي جرّتني إلى الاهتمام بالمناظر عند ابن الهيثم.

*** يوجد مع ذلك منذ 1967، منعرج في مسارك في اتّجاه دراسة العلم العربي، بعد اهتمامك بترييض النّظريات اللامتشكلة (mathématisation des doctrines informes) داخل العلوم الإنسانية.**

ـ في الواقع لم يجر الأمر تماما بهذه الصفة. عندما كنت أبحث عن وضعيات مماثلة، كانت الميكانيكا أوّل ما اعترضني. ففي ذلك العهد قرأت تحليلات بيار ديهام (Pierre Duhem) وأنّاليز ماير (Annelise Maier)وألكسندر كويري، الذي ذهبت لألاقيه وأتحدّث معه بعد أن تابعت حلقة دروسه فترة من الزّمن ـ وكانت تجربة الميكانيكا هذه أساسيّة ـ وكنت آنذاك أشتغل على تارتاليا (Tartaglia) ومعاصريه من القرن السّادس عشر ـ ، وما زال قصدي من ذلك الإجابة عن السّؤال الذي كنت أطرحه على نفسي في خصوص هذا التّريض للمذاهب اللاّمتشكّلة. وبعد الميكانيكا اتجهت صوب الكهرباء، أورستد (Oersted) وغيره. فعند اشتغالي على الميكانيكا عثرت على الإحالات إلى المؤلّفين العرب، ولكن ـ لأصارحك بالحقيقة ـ لم يكن ذلك يهمّني كثيرا، وكلّ ما في الأمر أنّني اتّجهت ذات يوم نحو علم البصريّات. في ذلك الوقت بالذات بدأت أهتمّ بالعلم العربي، وأنا دوما أنشد وضعيّات مماثلة لتلك التي كانت اعترضت سبيلي في العلوم الإنسانيّة. ففكّرت أن أجعل من الخازن موضوع أطروحتي التّكميلية. وكان مشروع أطروحتي التّكميلية الأوّل يتعلّق بمعنى الكلّ (notion de totalité) ، وكان الثاني يتعلّق بإرنست كاسّيرر (Ernst Cassirer). ولكن بدل أن أقترح على كانغيلهام أطروحة في تاريخ الفلسفة فضّلت أن أقترح عليه أطروحة تكميليّة حول الخازن؛ فقبل على الفور الموضوع التالي: «علم بصريّات الخازن، مسائل في التصدّع (clivage) بين تاريخ العلوم وما قبل تاريخها». وفي ذلك الوقت كان زميلي مورار (Morère) يعدّ أيضا أطروحة مع كانغيلهام في تاريخ علم البصريّات وقياس الشدّة الضوئية (photométrie) ـ وكنّا في هذا العمل نتكامل شيئا ما ـ فكان ترشّحي بعدئذ للمركز الوطني

للبحث العلمي الفرنسي (CNRS) بعنوانين: تريبض اللامتشكّل وبصريّات الخازن.

*** وهل تواصل في الواقع اهتمامك بعلم البصريّات طوال مسيرتك؟**

- أجل، وكان ذلك كما يقول زميلنا المعصومي تمشّيا مجراه طويل. لقد أتيت إلى علم البصريّات انطلاقا من الخازن وكان غرضي حلّ مشكل تطبيق الرّياضيات هذا، ووجدّت نفسي بعد ذلك أتأخّر أو أتقدّم في الزّمن حسب الحالات التي أدرسها، ولكن الهدف قد تغيّر، إذ صار حقّا تاريخ علم البصريّات بما هو كذلك، مع أنّ الأمر الذي بقي غالبا على البحث هو مسألة التصدّع بين تاريخ علم معيّن وما قبل تاريخه، ومع ذلك يوجد عكْس في الترتيب. وهو فعلا تمشّ تقهقري، ثمّ إنّ علم البصريّات قد صار هكذا مجالا لتطبيق الرّياضيات بصفة متزايدة.

*** واهتممت أيضا بتاريخ علم الجبر العربي في وقت مبكّر نوعا ما، إذ أنّك قمت بمحاضرة في مؤتمر بالاتحاد السوفياتي سنة 1968....**

- لا! بل كان ذلك في 71، وهو ملتقى1971

*** وماذا عن إجراء الحساب على الجبر (arithmétisation de l'algèbre) في القرن الحادي عشر؟**

- كان ذلك بموسكو سنة 1971، أمّا ملتقى 68 العالمي لتاريخ العلوم السّابق فقد نظّم بباريس من قِبل كانغيلهام ومن قِبلنا. وكان آنذاك تلامذة كانغيلهام كلّهم، فوكو (Foucault) وأنا وآخرون على حدّ سواء، نحمل الطّاولات وننظّم الملتقى. وكان موضوع محاضرتي

في تاريخ معنى المتغيّر الاتّفاقي (notion de variable aléatoire) في بداية حساب الاحتمالات (calcul de probabilités) .

*** ولكن لماذا هذا الانتقال الذي حدث بموسكو آنذاك، الانتقال الفجئي إلى علم الجبر العربي؟**

- لذلك عدّة أسباب. أحدها من قبيل منطق البحث الصرف، وآخر ليس تماما من هذا القبيل. أمّا على صعيد البحث، أعني اكتشاف علم البصريّات مع المقالات حول الخازن والفارسي المنشورة سنة 1968؛ بدأت بهذه الكيفية أهتمّ بمجال العلوم العربيّة وأتوجّه شيئا فشيئا نحو تاريخ الرّياضيّات، يحملني إلى ذلك ميل داخلي، هو نوع عطالة (inertie)، ولا أدري كيف أسمّي ذلك. وهناك أيضا أحداث أكثر عرضيّة من تلك، أحداث شتّى، فهنالك حرب 1967، وهنالك أيضا حدث غير مباشر: كنت بالمكتبة السليمانية بإستنبول، وكنت أترقّب مخطوط الخازن في علم البصريّات الذي كنت قد طلبته، وإذا بي أقع صدفة على الإحالة إلى كتاب الجبر للسموأل، وهو عالم رياضيّات من القرن الثاني عشر. كان ذلك كلّ ما في الأمر. فطلبته لأطّلع على حقيقته، وبدأت أقرأ وأنا لا أكاد أصدّق ما تراه عيناي. طبقا لما كنت أقرأه هو حسب تعلّمي علم الجبر للقرن السّادس عشر، أو قل القرن السّابع عشر. فطلبت ميكروفيلما، وحملته معي ورجعت إلى عملي بباريس. ولكن لم أكن أقدّر أنّ شيئا كهذا كان من شأني. لم يكن يهمّني بتاتا أن أنشر نصّا؛ ما معنى أن تنشر نصّا في لغة هي لغتك الأمّ؟ ثمّ ما مبرّر ذلك؟ لكنّي قرّرت أن أنجز ذلك العمل، كما لو كان لهوا. فرُحت إلى دمشق، وحملت معي النصّ واقترحت على صديقي صلاح أحمد أن ننشره، على أن يكون ضربا

من الترقّه. واختلقت قواعد لنشر النصوص كانت ابتكارات غير جدّيّة قائلا لنفسي: «ما دامت هذه لغة حيّة فلا داعي للتنصيص على اختلافات المخطوطات». لا تنسى أنّني كنت قادما من عند كانغيلهام، حيث كان لا يُهتمّ البتّة بنشر النصوص نشرا نقديا، ولا كان يُعْرف حتّى ماذا يعني ذلك.

*** وهذا سؤال كنت قد توقّعتهُ. حملك منطق الأشياء على الشروع في نشر النصوص. فما هي المشكلات التي لقيتها، وكيف حللتها؟**

- أُنجز كتاب السّموأل بهذه الكيفية، ثمّ قرأت تقديما له قام به شخص كانت معرفته باللّغة العربيّة ضعيفة جدّا، وكان يتظاهر بمظهر العالم ويقول أكذوبات إلخ. ومع ذلك فوجئت. وأدركت حينئذ الأهمّية في عمليّات «التجميل والتنميق». ولم أكن أدرك الفائدة من عمل كهذا إلى حين اكتشافي لكتاب ديوفنطس (Diophante) في بداية السّبعينات. وكنت قد شرعت آعامل ديوفنطس بالكيفية نفسها تقريبا، وأدركت بعد ذلك أنّي إن واصلت التمشّي نفسه كنت لا أفعل شيئا إلاّ أن أفسد عملي بالذات وأخرّبه، وأعرّض نفسي للسّرقات والانتحالات التي يستحيل مراقبتها. ولم أدرك إدراكا فعليّا إلاّ في وقت لاحق ما لتاريخ النصوص من أهمّية في نشرها نشرا نقديا حتّى تُحلّ بعض المشكلات، خاصّة إذا ما تعلّق الأمر بمخطوطات فريدة، كما هو الشأن بالنسبة إلى مخطوط ديوفنطس. ومع ديوفنطس جرّبتُ أهمّية كلّ ذلك: فإذا ما تغيّرت كلمة، خاصّة عند النّقل من اليونانية، فقد يكون لذلك أثره البالغ. في ذلك الوقت إذن، وهو مع ذلك وقت متأخّر، وعيت بوجوب الانكباب بصفة جديّة على نشر النصوص نشرا نقديا. وفهمت أيضا أنّه كان يتعيّن إيجاد قواعد خاصّة لنشر

النصوص العربية، فإن كان من المؤكّد إحكام معايير النشر وقواعده، واللّغة اللاّتينية، فإنّه ينبغي استنباط قواعد تخصّ النشر النقدي بالعربية، نظرا إلى الشرائط المعيّنة والخاصّة بكلّ لغة وبكلّ سنّة (tradition)، ومن بين هذه القواعد: شكل التقديم النقدي، أي التعليقات والحواشي، وضرورة كتابتها بالعربية، إلخ. وبدأ هذا العمل مع ديوفنطس، وما زلت منذئذ أعمل على تطوير تلك المعايير وتدقيقها وتهذيبها. ويجب عليّ هنا أن أرجع إلى قيصر ما لقيصر، أي إلى ذاك الذي أعانني على أن أعي أهمّية هذه الأمور، وهو أندري ألاّر (André Allard) المختصّ في اليونانية وفي اللاّتينية في الوقت نفسه: في ما يتعلّق بديوفنطس، شرعنا معا في دراسة النصّ اليوناني فرأيت كلّ المشاكل المطروحة.

*** وأدركتَ أيضا أنّ تاريخ العلوم العربية والرّياضيّات خصوصا كانت في حاجة ـ وهو شرط ضروري ـ إلى أن تعرض النصوص ذاتها في السوق، إن أمكن قول ذلك.**

- كان هذا اختيارا فرض نفسه بطبيعته. أذكر أنّه كلّما قُمْت بمحاضرة في نهج الفور ـ وكنت أقوم على أقلّ تقدير بستّة محاضرات في السّنة ـ وقدّمتُ شيئا مأخوذا من النصوص، قيل لي: ما حجّتك على ذلك؟ فكنت أقول: تريدون الحجّة! تعلّموا العربيّة. وحينئذ سرعان ما أدركتُ أنّ الإدلاء بهذه الحجّة وإظهار هذا الميدان للوجود يقتضيان تكوين مكتبة كاملة تضمّ النصوص الأساسيّة. وإذا ما طرحنا الجانب العرضي، فإنّ هذا الوعي ذاته هو الذي تغلّب فوجب عندئذ الهجوم على عمل النشر. وأصارحكم أنّي لم أكن متحمّسا في كلّ عملي هذا، إذ كنت أرى أنّه ليس من دوري؛ ولكن ثمّة حالات

تاريخيّة لا يختار فيها المرء ما عليه أن ينجزه من أعمال، فلكلّ فترة اقتضاءاتها الخاصّة بها. كان يجب أن أقوم بذلك، فقمت به! فأنا إذن ناشر رغما عنّي.

*** أودّ أن أعود إلى ما قبل ذلك بقليل، إلى مرحلة السّموأل. من البديهي أنّ أحد الأهداف من عملك كان بيان كيف تكوّن علم العهد الكلاسيكي. ولكن لـمّا كنت تشتغل على السّموأل، لم يكن ذلك بعدُ شغلك الشاغل. إذن كيف حصل ذلك؟**

- مع السموأل كانت الفكرة التي خطرت لي - وهي مهمّة جدّا بالنسبة إليّ - هي إجراء الحساب على الجبر (arithmétisation de l'algèbre)، أي الشروع في وقت معيّن في تطبيق عمليّات الحساب (arithmétique) على العبارات الجبريّة (expressions algébriques)، والشروع إذن في تعريف معنى الكثير الحدود (polynômes)، وتوفير شروطه والفحص عن نتائجه. واسمحوا لي أن أقول أن أحدا لم يتفطّن إلى ذلك من قبل. وكان هناك لازمة (corollaire)، هي أيضا مهمّة جدّا، وهي الاعتراف بوجود سنّتين في تاريخ الجبر : فكي نفهم السّموأل ينبغي أن ننظر في الكرجي، وكي نفهم الكرجي يجب أن ننظر في أبي كامل والخوارزمي. هناك سنّة بدأت مع الخوارزمي وأفضت إلى هذا التطوّر بالذات: إجراء الحساب على الجبر وتطوير الحساب الجبري المجرّد (calcul algébrique abstrait) فما هو التحوّل الذي طرأ على هذه السنّة؟ متى تُحدّد نهايتها؟ فتوجّهت بكيفية طبيعيّة تماما نحو علم الجبر الايطالي، نحو أصحاب مذهب كوس (cossistes) الألمان إلى حدّ شتيفل (Stifel) والّذين لم يكونوا يفعلون شيئا زائدا عمّا فعله علماء الجبر العرب. في هذا الباب أو ذلك، يمكن تبيّن

مسار معيّن، مثلا إذا أخذنا كتب الكرجي، فهي تنتهي بباب في التحليل الديوفنطي. وإذا ما أخذنا كتاب أولر (Euler) المعتمد في الجبر، نلاحظ المدرج نفسه. انتبه! لا أقول: إنّ أولر هو الكرجي. ولكن أن نقول إنّه توجد سنّة، أو أن نقول إنّها توجد سنن أخرى أو إنّه لا توجد البتّة، فهذه حالات ينبغي أن تفحص واحدة واحدة. لدينا سنّة، وهي الجبر، ولدينا سنّة أخرى، وهي الهندسة الجبريّة، وسننظر بعد ذلك بالكيفية نفسها متى بدأت تلك السنّة، ما هو النّظام الذي اتّبعته، وما هي التحوّلات التي طرأت عليها. وكان يبدو لي أمرا يدعو حقّا إلى الدّهشة أن لا يكون لشخص مثل الخيّام سابق ولا لاحق. فإن كان التاريخ خاليا من المعقولية فلنكفّ عن التأريخ، ولنشتغل بشيء آخر. وهذه القناعة هي التي مكّنتني فعلا من اكتشاف أعمال شرف الدّين الطوسي بعد أعمال الخيّام.

*** قد نظر العديد في مخطوط الطّوسي، ولكن أحدا لم يفهمه.**

- يكفي لذلك الرّجوع إلى قائمة الأشخاص المرموقين الذين طالعوه في مكتبة India Office بلندن. ولكن لنواصل الإجابة عن السّؤال السابق. كان الأمر يتعلّق إذن بالتعرّف على هذه السّنن في الجبر، وفي الهندسة الجبريّة، إلخ. ولكن قد يحدث أن توجد الملامح الإبستيميّة الخاصّة بسنّة في أصقاع أخرى وفي أجواء ثقافية أخرى. هل يتعلّق الأمر بتأثيرات، أم بتولّد تلقائي، أو بمنطق داخلي لتطوّر البحث المعنيّ؟ كلّ هذه الأسئلة مفتوحة، وتقبل أكثر من جواب واحد. ولكن لم يكن يسَعُ هذا الاشتراك في الملامح والممارسات العلميّة إلاّ أن يؤدّي إلى معنى الرّياضيّات الكلاسيكيّة، في الجبر كما في فروع أخرى.

*** اعترضتك نفس الوضعية تقريبا في نظرية الأعداد والتحليل الديوفنطي.**

ـ فعلا، بالنسبة إلى التحليل الديوفنطي، لـمّا عثرت على الجزء المفقود من عمل ديوفنطس، شرعت في مقارنته بأعمال رياضيّين آخرين: الكرجي والخازن ـ ونشهد حينئذ تكوّنَ سنّة في زمن معيّن في الجبر وفي نظرية الأعداد معا. و لم أكن أنا الوحيد الذي اهتمّ بالخازن، ولكن حتّى نتمكّن من أن نقدّر حقّا ما أضافه الخازن كان من الواجب أن نحدّد موقعه في سنّة حديثة العهد، وهي التحليل الديوفنطي الصحيح (analyse diophantienne entière). وهكذا فإنّ التحليل الديوفنطي سينقسم إلى قسمين منذ القرن العاشر: التحليل الديوفنطي المُنطق (rationnelle)، وسيكون جزءا من الجبر، والتحليل الديوفنطي الصّحيح (entière)، الذي يفتتح سنّة جديدة في نظرية العدد.

*** سؤال آخر عن معنى السنّة. عندما تقول مثلا إنّه توجد سنّة وهي إجراء الحساب على الجبر، وسنّة أخرى قد تكون هندسة الخيّام الجبرية (géométrie algébrique)، وأخرى قد تكون التحليل الديوفنطي، قد يفهم المرء ذلك فهما خاطئا أنّ هذه االسّنن تنعزل الواحدة منها عن غيرها حيث لا تواصل بينها.**

- تصحّ الحالتان معا. في الرّياضيات لا يمكن عزل شيء عن شيء، ومع ذلك نتبيّن بالنسبة إلى كلّ سنّة نظام تطوّر خاصّ بها. إلاّ أنّه يمكن للعالم الرّياضي الواحد أن يُشارك في ميادين مختلفة تنتمي إلى سنن مغايرة. فالخازن مثلا حاول أن يحلّ معادلة تكعيبيّة بتقاطع المخروطيّات (équation cubique par intersection des coniques) هو

يشارك إذن، باعتباره سلفا، في سنّة الخيّام؛ ولكن من ناحية أخرى فذات الخازن هو الذي سيطوّر التحليل الديوفنطي الصّحيح، ولم يكن له مع ذلك له نفس الثقل في كلتا السّنّتين.

*** لنعد إلى إجراء الهندسة على الجبر، بداية من الخازن، إذ كان الأوّل في ذلك حسب ما نعلم.**

- هو الأوّل الذي حلّ معادلة تكعيبيّة بتقاطع المخروطيّات، نعم، ثم أتى آخرون، ومنهم أبو الجود الذي سيعطي حقّا دفعا جدّيّا إلى الأمام، قبل أن يقدّم الخيّام نظريتها المحكمة والمنظّمة. وفي هذه السنّة لن يقتصر الذين أتوا بعده على تكريس رياضياته لا غير، وإنّما سيفعلون أيضا وبصفة جزئيّة شيئا آخر. أكيدا، أتى الطوسي بكثير من الجديد.

*** لنواصل الحديث عن هذا الموضوع، موضوع السّنن، وخاصّة منها في الجبر والتحليل الديوفنطي. درستَ كثيرا آنذاك التمفصل الموجود بين رياضيات القرن السّابع عشر، رياضيات ديكارت (Descartes) وفارما (Fermat)؛ أظنّ أنّ هذا النمط من الدراسات التي قمت بها حول السّنن العربية يلقي ضوءا جديدا على تجديد الرّياضيات في القرن السّابع عشر.**

- عندما ننظر في الأعمال قصد تقدير جدّتها، وحيث أنّ السّنن التي تتنزّل فيها هذه الأعمال تمتدّ على فترة طويلة، هناك سؤال يطرح نفسه وهو: متى تتوقّف هذه السّنن؟ من جهة أخرى، ونظرا إلى وجود مشابهات شديدة بين ما كان يقوم به هؤلاء الرّياضيّون من القرون الحادي عشر والثاني عشر والثالث عشر إلخ، وبين ما يقوم به بعض رياضيّي القرن السّابع عشر، نتساءل مباشرة: أليست النتائج المتحصّل

عليها في القرن السّابع عـشر استمرارا طبيعيّا لأعمال القرنين الحادي عشر والثاني عشر؟ هذان السّؤالان مترابطان، ونقول في بيانهما: إذا ما كان هناك أمر جديـد، فأين يقع بالضبط؟ مثلا، ولنزد هـذه الفكرة وضوحا، فإذا ما قلت أنّ الجديد لدى فارما في نظرية الأعداد هو أنّه أجرى عليها علم الجبر، فهذا لا يفسّر لماذا قدّم فارما نتائج جديدة. لماذا؟ لأنّ هذه الصياغة الجبرية كانت قد أُنجزت قبل فارما. فالسّؤال يتعلّق إذن بمعرفة ما هو خصوصي، ما هو جديد حقّا عند فارما وهو ما مكّـنه من المضـيّ قُدما. وهذا الأمر موجـود، وهو منهج الـنزول اللاّمتناهي (descente infinie). والحالة مماثلة بالنسبة إلى ديكارت، فإن كان يـكرّس رياضيات الـخيّام، فكـيف نفسّر إذن بـعض الوقائع المسـتحدثة، مـثلا حديث ديـكارت عن المـنحنى الـجبري (courbe algébrique) دون تخصيص، بـينما يقف الخيّـام عند المخروطيّات. فنتـساءل: لماذا وقع هـذا الأمر في ذلك الوقـت بالذات ؟ وفي هذا المعنـى أرى أنّ معرفة الرّياضيّات الـعربية ضروريّة إطلاقا، فـي ذات الوقت لطـرح هذه الأسئلة ـ إذ لا يطرحهـا أحد ـ ولتحديد موضـع الجدّة بدقّة؛ إذا كانت لك دراية بـأعمال الآخرين، فإنّ ذلك يمكّنك من معرفة ما إذا كنت باقيا في السنّة ذاتها أم أنّك تجاوزتها. مثلا في العمل الذي ألمحتَ إليه، أكّدتّ على التميز بين الـمنحنيات الميكانيكيّة (courbes mécaniques) والمنحنيات الهندسيّة (courbes géométriques) عند ديكارت؛ لن أدخل في تفاصيل التاريخ، ولكن تلك أمور ملموسة. وهكذا، بصرف النظر عن الفائدة من تاريخ الرّياضيات العربية في حدّ ذاتها، فإنّه لا يمكن حقّا فـهم القرن السّابع عشر دون معرفتها. وفي هذا الشأن، وأتحدّث هنا عمّن يعرفون القرن السّابع عشر معرفة دقيقة، وأفكّر بصفة خاصّة وبكلّ مودّة في شخص أدين له بالكثير، وهو جان

إيتار (Jean Itard)، فلا يمكن أن أوافقه على قوله إنّ الجدّة لدى فارما كانت تكمن في الصياغة الجبرية لنظرية الأعداد (algébrisation de la théorie des nombres)، إذ كانت لي دراية بما وقع قبل ذلك.

*** وبعبارة أخرى، أن نتبيّن سنّة في الرّياضيّات العربية وأن نعثر على أسلوبها المميّز في موضع آخر، فلا يعني ذلك بالضرورة الكشف عن تأثيرات مباشرة، أليس كذلك؟**

- هذا جائز، ولكن ليس هذا ما اخترت أن أفعله. وأعني بذلك أنّي أقصيت مسائل الرّوّاد، وهو ما لا يهمّني إطلاقا، فلديّ مناعة منذ البداية ضدّ فيروس «البحث عن الأسبقيّة». أن توجد تأثيرات مباشرة، نعم، وهذا جائز تماما، ينبغي فحص كلّ حالة مع مراعاة المسافة النقدية الضرورية للتثبّت من وجود تأثير مباشر أم عدمه. وفي مرحلة العمل الرّاهنة يمكن أن أقول: حتّى إن لم يوجد تأثير مباشر متحقّق منه، فهناك منطق لتطوّر الرّياضيّات يقتضي نوعا من الامتداد والتوسّع للسّنن التي تشتغل داخلها. وعلى كلّ حال فبالنّسبة إلى القرن السّابع عشر يستحيل تحديد موقعه حقّا، على الأقلّ في المستوى الرّياضي، ما لم تعلم ما وقع في العصر الذي نتحدّث عنه. أن يكون ديكارت قرأ الخيّام، أو أن يكون علم عن طريق قوليوس (Golius) أو إبنه ما كان الخيّام قد أنجزه، كلّ هذا جائز وغير مهمّ. ما أريد قوله هو أنّه يجب أن يُقرأ الخيّام، وأنّه يجب أن يُقرأ الطّوسي قبل الشروع في دراسة هندسة ديكارت؛ وإلاّ لن يدرك أين تقع الجدّة في هذه الهندسة، إذ ليس كلّ ما فيها بجديد_ فالأمر يتعلّق بإدراك ما جعل من هندسة ديكارت هندسة ديكارت دون سواه.

*** شرعت في نهاية الثمانينات في نشر تلك المدوّنة الضخمة من نصوص الهندسة، كلّ هذه المدوّنة في تحليل الصغائر (corpus infinitésimal)، هذا ضرب من منعرج هندسي في بحوثك.**

- في الواقع يوجد اتّصال ما بين الأغراض. في نهاية الثمانينات فرض مجال الهندسة نفسه. وأدركت بعملي حول الخيّام وحول الطّوسي أنّه بالنسبة إلى تاريخ الجبر، حان الوقت للنظر بحقّ في الأمور كيف كانت تجري داخل الهندسة، وذلك لأسباب في غاية من الدقّة، مثلا في ما يتعلّق بالمعرفة التي كانت لرياضيّي ذلك العصر بالمخروطيّات، وعلى وجه الخصوص بوجود التحويلات الجبرية (transformations algébriques) التي لم يكن من الممكن أن تُوحي بها إلاّ التحويلات الهندسيّة (transformations géométriques). فالبنسبة إلى مشكلات كثيرة من هذا القبيل، كان من الواجب أن ننظر إلى الهندسيّين. وأثناء دراستي للطّوسي، وخاصّة الجزء الثاني من كتابه الذي يدرج فيه معاني من القبيل التحليلي (type analytique)، فكّرت أنّه كان من الواجب التفتيش عند رياضيّي تحليل الصّغائر (les infinitésimalistes) عن وجود مثل هذه المعاني، وكيف كانوا يتصوّرونها، إلخ. والوضعيّات هي ذاتها لا تغيّر، نشرع في دراسة مؤلّف، وهو هنا ابن الهيثم، ونكتشف مباشرة أنّه يتنزّل في سنّة معيّنة وأنّه إذا ما أريد فهمه ينبغي إعادة تشكيل هذه السنّة برمّتها. من هنا أتى مشروع رياضيّات تحليل الصّغائر (mathématiques infinitésimales) العربية وتلك السلسلة من المجلّدات. وكذلك الأمر في الهندسة، كانت تطرح مشكلات الإنشاء الهندسي (construction géométrique) التي باشرها علماء الجبر منذ المنطلق وحاولوا ترجمتها إلى معادلات:

مسألة تقسيم الزاوية إلـى ثـلاث (trisection de l'angle)، والمسبّع المنتظم، أي ذو الزوايا والأضلاع المتساوية (heptagone régulier)، ومستقيم أرخميـدس (droite d'Archimède) هذا من ناحية، ومـن ناحية ثانية في ماذا كان يتمـثّل ذلك البحث في نظرية المخروطـيّات (coniques)؟ هل كان يقتصر على قراءة أبولـونـيـوس (Apollonius) وتطبيقه أم كان في الأمر أكثر من ذلك؟ صار من الـضّروري التطرّق إلى دراسة موضـوع أعـمّ من ذلك بكثير، وهـو مـوضـوع نـظـريـة المخروطيّات وتطبيقاتها. وهذه المدوّنة التي من أجلها باشرت هذا الضرب من البحث في الثمانينات. بين قوسين هناك شيء يجب أن نقوله: لا يمكن لبحث أن يتمّ على يد شخص بمفرده، ويخطئ من يدّعي عكس ذلك، إنّ البحث يتمّ بمعيّة زملاء عمل حقيقيّين وداخل مؤسّسات. مثلا بالنسبة إلى البحث في المخروطيّات، كانت النقاشات مع كريستيان هوزال (Christian Houzel) أساسيّة في المضيّ قُدما، والحثّ على التفكير، واعتبار بعض الأمور، وإصلاح البعض الآخر. ولولا ذلك لكان المرء يصاب بالإعياء ويعجز عن مواصلة الـجـهـد الملزم على درب طويل.

* إنّه مشروع ضخم.

- إنّه مشروع يتراوح من تجميع المخطوطات إلى مهمّة شرح كلّ شيء. لكن لنعد إلى الهندسة. لقد أشرنا إلى البحوث في الرّياضيّات التفاضلـيّة ونظريات الـمخروطـيّات. في الواقع أثناء البحوث حـول نظرية المخروطيّات، نشهد ظهور سنّة أخرى، وهي سنّة علماء الهندسة الذين شرعوا انطلاقا من ذلك في الـتّفكير في التحويلات الهندسيـة والـتسطيحات (projections). ولذلك جاء بحثي في الهندسة العربية

متأخّرا نسبيّا، وذلك لأنّه نتج عن بحوثي في الجبر فلم يَرِدْ إذن إلاّ في مرحلة موالية، هذا من ناحية، ومن ناحية ثانية كان ذلك بسبب فكرة مسبقة كانت عند كلّ النّاس؛ وكنت أقول لنفسي: إنّه إذا كان من المؤكد بالنسبة إلى الجبر ونظرية الأعداد وجود أشياء جديدة في الرّياضيّات العربيّة، ففي مقابل ذلك لعلّ الهندسيّين العرب قد كرّروا أعمال اليونان. وهذا ما كان يوجد في كلّ الكتب المعتمدة، وآل بي الأمر إلى أن صدّقت ذلك. وحينما شرعت في الاشتغال على فيرما (Fermat) وفي التعرّف على إنجازات الهندسيّين مثل ثابت بن قرّة، والقوهي، أدركت أنّ هذه الهندسة لم تكن نسخة مثيلة من الهندسة اليونانيّة؛ هي ترتبط بالهندسة اليونانية لا محالة، إلاّ أنّها أفسحت المجال لتطوّرات في االتجاهات لم تكن موجودة في هذه. وهذا أمر من ثوابت العمل الفكري: إذا ما بدأنا ننظر إلى المشهد بطريقة مغايرة، فإنّ الأفكار المسبقة تنهار لوحدها.

*** هل يمكنك أن تصف ما يميّز أهمّ مظهر للجدّة في نظرية التحويلات والتّسطيحات، ذلك أنّه ورغم كلّ شيء، كان يوجد حقّا بالنسبة إلى نظرية التّسطيحات بعض العناصر في الهندسة اليونانية.**

- يوجد عند بطلميوس التّسطيح المجاسدي (projection stéréographique) ولكنّه لم يدرس رياضيّا بالمعنى التامّ. بينما كان قد شُرع في معالجة التحويلات رياضيّا، في فترة القرنين العاشر والحادي عشر، وهو وقت متأخّر نسبيّا في تطوّر الرّياضيّات العربية، حتّى وإن كان الفرغاني يدرس منذ القرن التّاسع التّسطيح المجاسدي. ولن يعالج علماء الهندسة هذا الضرب من التحويل الذي يصلح في إنشاء

الإسطرلاب، وإنّما سيعالجون ضروبا أخرى من التّسطيحات التي لم يكن لها منفعة عملية إطلاقا، أي أنّهم يمارسون دراسة هندسيّة محضة، ولم يعالجوا تحويلا أو تحويلين فقط بل تحويلات عدّة. لا أقول إنّه قبل ذلك لم يكن يوجد شيء، إنّما أقول أنّه لم يكن يوجد من العناصر ومن مناهج التفكير ما يكفي لجعل هذه الدّراسة بابا من علم الهندسة. كان من الواجب انتظار ذلك العصر حتّى يتمّ تكريس هذا الباب الذي سيتحوّل فيما بعد مع علماء مثل ديزارغ (Desargues).

*** كان هناك أيضا باب الرّياضيات التفاضليّة، الذي يتميّز بعدد معيّن من الأمور الجديدة أبرزتَها عندما نشرت النصوص التي تبيّن أنّ مناهج علماء الهندسة العرب لم تعد هي مناهج أرخميدس تماما. يوجد إذن عدد من الأمور الجديدة.**

-أجل، توجد أمور جديدة، بل ثمّة مجالات لم تكن موجودة البتّة فيما قبل؛ وثمّة أيضا توسيعات، مثلا على المستوى التفاضلي؛ دُرست أشكال جديدة، مثل النوع الثاني من المجسّم المكافئ (paraboloïdes) الذي درسه الخازن وكذلك مجالات وُجدت وجودا ضئيلا، مثل متقايسات المحيط (isopérimètres) أو متقايسات الحجوم المنحنية الحدود (isépiphanies). ويمكن أن يُضاف إلى ذلك نظرية الزّاوية المجسّمة (angle solide) . كلّ ذلك جديد تماما وكان يحتاج إلى وسائل مغايرة لم تكن موجودة، وإلى طرق أخرى في النظر. فكوّنت هندسة تحليل الصّغائر (géométrie infinitésimale) ميدانا برمّته من الرّياضيّات العربية، ولكن البحث فيه سيتوقّف. ولنا في ذلك مثل على سنّة تامّة، تبدأ مع بنو موسى وتنتهي مع إبن الهيثم. ووجب ترقّب النصف الثاني من القرن السّابع عشر، ليُستأنف

ذلك، بطريقة مغايرة. وفي هذه الفترة سيقع الإحراز على نتائج شبيهة، ولكن لا يتعلّق الأمر بالنتائج فقط، بل طريقة الحصول عليها هي التي ستختلف، باعتماد التّرميز (symbolisme) الذي سيمكّن هذا الباب من مواصلة السّير. ولنا في ذلك مثال لسنّة نعرف حدودها.

*** نشرت منذ سنوات مزيدا من الدراسات حول العلاقات بين الرّياضيّات والفلسفة، هل لك أن تحدّثنا عن ذلك؟**

-إنّه مجال شاسع نوع ما، بدأت أخطو فيه خطواتي الأولى. كثيرا ما نطالع هنا وهناك تلخيصا لأفكار الفلاسفة في الرّياضيّات أو أفكار الرّياضيّين في علاقتهم بالفلسفة. وهذه الإشكالية هزيلة نوعا ما. يجب طرح السّؤال بكيفية مغايرة، من جانبين: ما هو نصيب الحيويّة الفلسفيّة داخل الرّياضيّات؟ هل هو من عمل الفلاسفة، أم من عمل الرّياضيّين، أم الرّياضيّين ـ الفلاسفة أم الفلاسفة ـ الرّياضيّين؟ والسؤالان لا يستقلّ أحدهما عن الآخر. ما هو الموضع أو ما هي المواضع التي تلتقي فيها الرّياضيّات والفلسفة فعلا. وطرحت على نفسي هذين السّؤالين. في ما يخصّ السّؤال الثاني، نجد أنفسنا أمام إمكانيّتين: إمّا أنّ الفلسفة كانت يلتجأ إليها لحلّ مشكلات رياضيّة أو ما يظنّ به أنّه حلّ مشكلات رياضيّة، وإمّا أنّ الرّياضيّات كانت يلتجأ إليها في حلّ مشكلات فلسفيّة. فسعيت إلى أن أجد مثالا لكلّ مشكلة من المشكلات التي عالجها إمّا رياضيّ وإمّا فيلسوف، وفي حقيقة الأمر كانت معالجة هذه المشكلات في أكثر الحالات من عمل رياضيّ ـ فيلسوف. بدأ ذلك مع دراسة خطّ التقارب (asymptote) واستعمال المفاهيم الفلسفيّة للتفكير في حُكمه المُفارق (statut paradoxal). ثمّ درست المذهب الميتافيزيقي في الفيض واستعمال التحليل التوافيقي

(analyse combinatoire) حتّى نتعقّل إمكانيّته وفق ما يفرضه عدد من المبادئ. فقمت بمحاولات في ذلك، ما من شكّ في أنّها جزئيّة، محاولات لمعرفة ما هي تصوّرات الرّياضيّات عند الفلاسفة، ما هو مثلا التصوّر الذي كانوا يستخدمونه في تصنيفاتهم للعلوم أو في إنشاء أنطولوجيّاتهم. تنطلق هذه المحاولات من الاقتناع أنّ فلسفة ذلك العصر لا تقتصر على نظريّة في النّفس، ولا على نظريّة في الوجود، وإنّما كانت هناك فلسفة في العلوم بالمعنى المعاصر، وبصفة خاصّة فلسفة رياضيّات هي جزء أساسي من الفلسفة.

*** أشرتَ إلى مسألة قابليّة التصوّر (concevabilité) وقابليّة البرهنة (démonstrativité) في شأن خطّ التقارب؛ وأشرت أيضا إلى تمشّي نصير الدّين الطوسي المبهر ـ والحقّ يُقال ـ الذي حاول فيه حلّ مشكلة فيض العقول السّماويّة باعتماده التحليل التوافيقي. يمكن أيضا الإشارة إلى ابن الهيثم في خصوص نظرية المكان. ولنذهب أبعد من ذلك، هل يمكن أن نتخيّل أنّه بدأت في ذلك الوقت صياغة نموذج (modèle) أو نماذج للعلاقات بين الفلسفة والرّياضيّات لعلّها هيّأت نوعا ما تحويلا في طريقة التفلسف؟**

-قبل أن أجيب، سأتناول مثالين: مثال تحليل خطّ التقارب. فهذا موضوع أُلّفتْ في شأنه كتبٌ هي في الوقت نفسه كتبُ المنطق والرياضيّات والفلسفة. وكان معظم مؤلفيها رياضيّين، وكانوا أحيانا فلاسفة. ولسوء الحظّ ضاع بعض هذه الكتب. ويعني ذلك أنّ هذا الموضوع قد قبله العموم، بحيث أن الرياضيّ أو الفيلسوف يدلي فيه بدلوه على حد سواء، شريطة أن يكون التالي على دراية بالرّياضيّات. إنّ مبحثا كهذا، يصنّف على حدّ سواء كفرع من الرّياضيّات و كفرع

من تعليم فلسفي. والمثال الثاني هو التحليل والتركيب، اللّذان خصّص لهما الرّياضيّون كتبا جوهريّة. ويحيط بهذا الموضوع ميدان يحسن التنبيه إليه، إذ يجد فيه المنطقي الحديث المنطق، ويجد فيه رياضيّو كلّ عصر الرّياضيّات، ويجد فيه الفلاسفة الفلسفة. لكن أن يجد فيه المنطقي الحديث المنطق فذاك يعني أنّه لا يحتاج ضرورة إلى المرور عن طريق أرسطو. وهذا الابتعاد عن المنطق الأرسطي، هو مبادرة الرّياضيّين الفلاسفة : فرياضيّ مثل الخازن أو مثل إبراهيم بن سنان لا يشعر بالحاجة إلى دراسة أرغانون أرسطو ليؤلّف في المسائل المنطقيّة. في وُسعه أن يقوم بذلك انطلاقا من دراسة هذه المواضيع، مثلا التحليل والتركيب وخطّ التقارب. حدث إذن تغيّر في المنظور، لم يكن شاملا، مع أنّه مهمّ. إلاّ أنّه هناك الجانب الآخر لهذه المسألة الذي أودّ أن أعالجه ذات يوم: ما هو تأثير الرّياضيّات الدّقيق في فيلسوف صرف؟ فنأخذ مثلا الفارابي: ما هو وقع الرّياضيّات في فلسفته؟ يمكن أن نحدّد هذا الوقع محلّيا في تصنيفه للعلوم، وربّما في أنطولوجيّته (ontologie)، وهو ما أدّعيه، لكن لمّا كنّا لا نملك كتابه في العلم الإلهي (*Métaphysique*)، فكيف عسانا نسلك؟ قد يكون تصوّر عمل كهذا أيسر بالنسبة إلى ابن سينا إذ نملك جلّ أعماله. وهذه أسئلة تبقى مفتوحة.

*** تحدّثت مرّتين عن أنطولوجيا الفارابي، وهو غرض يتخلّل العديد من أعمالك في فلسفة الرّياضيّات؛ مثلا عندما تحدّثت عن معنى الشيء الذي يظهر بكثافة عند الفلاسفة، عند الفارابي أوّلا، ثمّ عند ابن سينا، وأشرت إلى فكرة أنطولوجيا أعمّ من تلك الموروثة عن أرسطو؛ وكذلك الأمر، عندما تكلّمت في نظرية المكان عند الخازن، مشيرا إلي الاقتضاءات الجديدة التي يفرضها على**

تلك النظـريّة الاستعمال المستحـدث والـمعـمّم للتّحويـلات (transformations) أو إقحام الحركة في الهندسة، واعتقدّت أنّك ستجد وراء ذلك كلّه تغيّرا في أنطولوجيا هؤلاء المؤلّفين. هل لك أن تدقّق ذلك؟ نشعـر أنّك أمسكت هنا بـالأسّ النهائي في التغيّرات التي طرأت أثناء هذه الفترة وأنّك قاربته بطرق شتّى.

-أعتقد أنّه يمكن اعتماد فرضيّة العمل التالية: في هذه الفترة بـدأ تصوّر شكل جديد من الأنطولوجيا، وذلك بتطوّر الرّياضيّات، وبتنوّع فنون المعرفة جديدة. وقـد تـمّت المبادرة إلى أمريـن. الـسّعي من ناحية إلى بلورة نظريّات موحّدة (unitaires) بالنسبة إلى العلوم الرّياضيّة التي تعدّدت وتشتّتت؛ ولكن، وهو ما أصبح معلوما الآن، لم تكن توجد أيّة وسيلة لإنشاء هذه النظـريّة المـوحّدة، لأنّ الجبر في ذلك العصر كان عاجزا عن القيام بذلك. ولمّا لم يكن من الممكن بلـوغ ذلك على المستوى الـرّياضي المحض، وجب البحث عن أمر آخر من وراء الرّياضـيّات قد يوفّر تلك النظـريّة. ومن ناحية أخرى تغـيّر تصـوّر الموضـوع (objet) الرّياضـيّ بصفة جـلـيّة بفضل الـجـبـر، ولضرورات أخرى، مثلا عندما نعتبر التحويلات الهندسية، فـإنّه لا يمكن الإبقاء علي المعنى الأرسطي للمكان. كـلّ ذلك أدّى بي إلى فرضيّة أشتغل عليها الآن، وهي أنّه طُوّرت طريقة صوريّة (formelle) ـ وأقول صورية ولا أقول صورانية formaliste ـ تصوّر الموضوع الرّياضي ووحدة فنون المعرفة في الوقت ذاته.

*** أثار نصّك الذي كتبته في العلم الغربي جدالا. وهو علامة مفيدة إذ يُبيّن ذلك أنّ ما كان بالذات دليلك في عملك في تكوّن العلم الكلاسيكي انطلاقا من العلم العربي لـم يُفهم حقّ الفهم هنـا. وهو تصوّر ما لـمعنى العلم الغربي يطعن فيه عمل مثل عملك،**

ويطعن أيضا في التحقيب المصاحب له. هلاّ صار كلّ ذلك الآن مقبولا شيئا ما؟

- لا أدري ما إذا قُبل هذا حقّا. كان هذا العمل ثمرة عمل مؤرّخ، مؤرّخ كان يهتمّ بما حدث في الفترة الوسيطة الأوروبية والفترة الكلاسيكية؛ وفي الوقت ذاته بما حدث باللّغة العربية. فكان من الواجب إذن تجلية المواقف. وكان هناك موقف غالب في ذلك العصر، وهو مسلّمة كان بمقتضاها العلم الكلاسيّكي أوروبيا في أصوله وفي توسّعاته. ووجدتُ أنّ هذه المسلّمة كانت وبالا على المستوى التاريخي والفلسفي في الوقت نفسه. فكان أن رددتّ الفعل على تلك المسلّمة. فلو كان نصّي أثار ردود فعل جداليّة، لكان ذلك يسعدني، ولكنّه في الحقيقة لم يُثر نقاشا؛ وبالعكس كانت ردّة الفعل صمتا غاضبا ورفضا.

*** هل أنّ الوضعيّة تغيّرت اليوم؟**

-ربّما. ولكن أخشى أن لا يكون التغيّر في الاتجاه السّليم. إنّي أعني كتابا صدر حديثا بالولايات المتّحدة، يستعيد المسلّمة نفسها، مع بعض التّبديلات. ولمّا لم يكن من الممكن الحديث عن العلوم، فسيقال بدلا من ذلك: إنّه كان يوجد بأوروبا مؤسّسات تعليم في حين أنّها كانت منعدمة في الشرق، وستُعاد الدّعوى ذاتها إلى ما لا نهاية. فالأطروحات هي عينها ولكن في أكسية جديدة. من ناحية أخرى، وليس هذا بأقلّ خطورة من ذاك، يعالج بعض المبسّطين مشكلات جدّية في التاريخ بردّها إلى مسائل الطرافة، والرّوّاد، الخ. إذن سيُقدّم العلم العربي في أوروبا وفي البلدان العربية ذاتها على حدّ سواء، على أنّه طرفة عجيبة أو على أنّه غرض قومي ـ ونجد الأمرين معا ـ وهذا ما لا يخدم لا العلم ولا الموضوعيّة.

* **هل يمكنك الرجوع إلى غرضين بسطتَ القول فيهما في مناسبات عديدة: الطابع الكلّي للعلم وضرورة قراءة تاريخ العلوم مع تحقيب أكثر مطابقة للواقع؟**

- فعلا، اقترحتُ أن يُنظر بعين ناقدة إلى التحقيب المعتاد وإدخال تحقيب جديد، أكثر موضوعيّة، من شأنه أن يعلّل بصفة أفضل الوقائع التاريخيّة، وأن يمنح معنى متّسعا بما فيه الكفاية لفكرة العلم الكلاسيكي حتّى يشمل في بعض الحالات عناصر من العلم اليوناني. وألحّ على نقطة أخرى، وهو كلّية العلم: من وجهة النظر الإبستيميّة، لم تكفّ الرّياضيات أبدا عن أن تكون كلّية؛ ومن وجهة نظر تاريخية، أقول إنّ كلّية العلم الأولى تحقّقت مع العلم العربي، بسبب تدوينه في كلّ فنون المعرفة وبسبب امتداداته ذات النمط الكلّي؛ فإذا ما رفعنا الكلّية عن العلم سقطنا في الفولكلور.

* **أكّدتَ، عند فحصك مسألة التحقيب (périodisation) هذه، على فكرة تحقيب يتنوّع حسب الفنون.**

- يتعلّق الأمر هنا ببُعْد أساسي، كلّ هذا التحقيب تفاضلي (périodisation différentielle) : إذا ما تكلّمنا في تاريخ الجبر، فالأمر يختلف عنه كما لو تكلّمنا في الميكانيكا أو في تاريخ البصريّات، إلخ. يمكن الحديث عن الجبر التقليدي من الخوارزمي إلى أولر (Euler) ـ أو حتّى إلى لاقرانج (Lagrange) إذا ما لزم الأمر ـ ولكن لا يمكن الحديث عن علم الحركة (cinématique) الكلاسيكي إلاّ منذ غاليلي (Galilée)؛ وعلى العكس من ذلك يُمكن الحديث عن علم البصريات الكلاسّيكي منذ بطلميوس (Ptolémée)، أو بالأحرى منذ الخازن بسبب الثورة التي أنجزها، وذلك وصولا إلى نيوتن

(Newton)، وعلى الأقلّ إلى نيوتن. ينبغي إذن إدخال جانب تفاضلي ومتنوّع في التحقيب.

*** هناك غرض كان دوما يشغلك إلاّ أنّك حرصت طوال الوقت على إقصائه، وهو غرض العلاقات بين العلم أو المؤسّسة العلميّة وبين المؤسّسات الاجتماعية؛ وتطرّقت أحيانا إليه، مع أنّك فرضتَ عليه نوع حصار.**

ـ نعم وهذا موضوع جوهري في فهم بعض الظواهر، نظرا إلى أنّ الوقائع العلميّة، هي نتاج البشر، حتّى وإن كانت كلّية. يعيش المرء في مجتمع فيه مؤسّسات. وعلى المستوى التاريخي فالعلوم نتاج مجتمع، ولكنّها كلّيّة في المستوى الإبستيمي. ولا حيلة لنا في ذلك. هناك موضوعان أحاول أن أقي نفسي منهما، هذا الموضوع بالذّات وموضوع الانحطاط. لماذا يوجد انحطاط علميّ في وقت معيّن وفي مجتمعات معيّنة؟ وهذه أسئلة كثيرا ما يُساء طرحها، ويقتضي طرحها والتقدّم فيها اجتماع كفاءات عديدة. ويقتضي ذلك تعاون مؤرّخي الاختصاصات كلّها: مؤرّخو الوقائع العسكريّة، ومؤرّخو الظواهر الديمغرافية، ومؤرّخو العلوم، ومؤرّخو الاقتصاد ـ مثلا، قد نحتاج إلى دراسة مفصّلة لتاريخ التجارة العالميّة من القرن الخامس عشر إلى القرن السّابع عشر ـ وينبغي ربط كلّ ذلك بعضه ببعض. ولكي يبلغ ذلك البرنامج تمامه، يُحتاج إلى مؤسّسات، وإلى تكوين أناس، والحال أنّنا حرفيّون. وحتّى تفهم العلاقات الموجودة بين العلم والمجتمع، ينبغي أن نبادر بمعرفة ماذا كان يوجد من العلم، والحال أنّنا ما زلنا لا نعلم ذلك حقيقة. وكذلك الشأن بالنسبة إلى الانحطاط، فقبل الشروع في دراسته، يجب أوّلا أن نعلم الأمر الذي فيه انحطاط.

*** ومن هذا المنظور شرعتَ في برنامج «العلم والإمبراطوريّة». إلى ماذا كان يهدف هذا البرنامج؟**

- كانت الغاية منه هي التالية: في فترة الإمبراطوريّات، ما هي أصناف العلوم التي كان يتمّ إيصالها إلى المستعمرات (أيّ صنف من الرّياضيّات، أيّ صنف من الفيزياء، إلخ. . .)؛ وهل كانت تُستوعب وتُطوّر في المستعمرات أم لا؟ وكيف ذلك. وشمل ذلك الموضوع التحديث العلمي في العالم الثالث، ونجاحه في بعض البلدان، وفشله أحيانا. وتضمّن ذلك أيضا السّياسة الإمبريالية في نشر العلم وحدودها، ودور الظروف الدّاخليّة في استيعاب بلدان العالم الثالث للعلم الحديث.

*** لعلّ ذلك من قبل مؤرّخ العلوم طريقةٌ في ممارسة شكل من المسؤوليّة.**

-كنت آنذاك أتحدّث عن تاريخ تطبيقي للعلوم؛ ويتعلّق الشأن باستعمال تاريخ العلوم في فهم بعض الظواهر الاجتماعية لزماننا. إنّ مورّخ العلوم مسؤول دوما، شأنه في ذلك شأن كلّ مثقّف. حتّى لو كان يشتغل على اليونانيّين، فإنّه يفكّر في وقته، وهو تحت تأثير إيديولوجيا حاضره. لا يسعه أن يكون مؤرّخ علوم في أفريل 2003 دون أن يفكّر في الأحداث التي تعصف بزماننا. يتمثّل الأمر بالنسبة إليه في أن يحافظ على يقظته دون اندفاع، وأن يكون موضوعيّا ما وسعه ذلك، حتّى يتمكّن من ممارسة مسؤوليّته.

*** هل ترى أنّ لتاريخ العلوم دورا في حلّ بعض المشكلات المطروحة اليوم على المجتمعات التي نبعت منها هذه العلوم؟**

- إنّي مقتنع بذلك، لأنّني أعتقد ـ وهذا اختياري الشخصي ـ أنّه يجب تربية القيم العقليّة ونشرها وحمايتها، وأنا على يقين من أنّ

تاريخ العلوم وفلسفتها وسيلتان ناجعتان في هذه الغرض. إذا درّس تاريخ العلوم، وإذا دُرّست فلسفة العلوم بصفة جدّيّة، وبصفة أحكم تصوّرها، سيساعد ذلك على تربية أجيال تحترم قيم الأنوار هذه وتدافع عنها. وهي السّبيل الوحيد. لا أقول إنّه قد يُمْنع أو يُحظر شيء - أنا ضدّ كلّ حظر - لكن الأمر هنا يتعلّق بالأسس نفسها التي تسمح بالنقاش. يمكن أن يكون لتدريس تاريخ العلوم وفلسفتها دور آخر، وهو تجنّب أن يؤوّل التحديث العلمي الذي تحتاج إليه هذه البلدان على أنّه مجرّد تطبيقي. وفي هذا أساسا يخطئ المسؤولون السّياسيّون في هذه البلدان في تصوّرهم العلم. لم يفهموه إلاّ من هذا الجانب التطبيقي، وهو الوحيد الذي يفضّلونه، وفي وُسعي أن أذكر في هذا الصّدد عدد من أمثلة لا تحصى. نلاحظ مباشرة أنّ مركز البحث في هذه البلدان هو دائما مركز بحث تطبيقي؛ وهذا في رأيي سبيل لا يفضي إلى شيء. يمكن لتعليم تاريخ العلوم وفلسفتها وربّما علم اجتماع العلم، أن يساعد على تجنّب هذا العقبة وعلى إدراك أهمّية البحث الأساسي في التحديث العلمي. خلاصة القول أنّه ثمّة ثلاثة أمور: القيم العقلية في مستوى المجتمع، التحديث العلمي في مستوى الدّولة والمجتمع أيضا، والبحث الأساسي من حيث هو شرط ضروري في التحديث العلمي. وتزداد أهمّية دور تاريخ العلوم وفلسفتها هذا بقدر ما تهيمن إيديولوجيات أخرى، والحال أنّ أسباب هذه الهيمنة عرضية. لا أتحدّث عن هذه المجتمعات فقط، بل حتّى عن بلدان متطوّرة مثل فرنسا، حيث هذه المشكلة موجودة أيضا، وإن كان ذلك بشكل مغاير. هكذا أتصوّر الأمور. وذلك التعليم يجلب أيضا بطريق غير مباشرة، فوائد جزئية، مثلا تكوين لغة علميّة، إذ أنّني مقتنع أنّه لا يمكن تدريس العلم إلاّ في اللّغة الوطنية، أي في

اللّغة التي يستعملها الناس في حياتهم اليوميّة، لغة المجتمع الحيّة. يُحتاج إلى تنمية اللّغات العلمية، وفي رأيي يمكن تماما لتاريخ العلوم، على الخصوص في البلدان الوريثة لتقليد علميّ قديم، الإسهام في تحديث اللّغة العلميّة.

لائحة كتابات رشدي راشد

إعداد : صالح مصباح

تنبيه

نود ان نؤكد في البداية أننا قد استفدنا كثيرا، عند وضع هذه اللائحة الكرونولوجية، من البيبليوغرافيا التفصيلية التي ضمت إلى الكتاب التكريمي الذي أهدي للأستاذ رشدي راشد:

De Zénon d'Elée à Poincaré .Receuil d'études en hommage à Roshdi Rashed, édité par Régis Morélon et Ahmed Hasnaoui, les Cahiers du MIDEO-1- Editions PEETERS, Louvain-Paris, 2004 ; pp. xxix-xl.

وقد كان من الضروري أن نضيف معطيات غائبة، وان نصحح بعض المعطيات الخاصة بالجزء العربي، زيادة على اعتمادنا مبدأ تصنيفيا مختلفا بعض الشيء عن المبدأ الذي اتبع في بيبليوغرافيا الكتاب التكريمي. ومن البديهي أن بعض النصوص المصنفة هنا ضمن النصوص أو الترجمات قيد الإعداد، ستكون قد نشرت بعد، عند صدور هذا المجموع.

1 ـ الكتابات غير العربية:

1968 - « Le Discours de la Lumière » d'Ibn al-Haytham (Alhazen).Traduction française critique » in *Revue d'Histoire des Sciences*, 21,pp.197-224.

1970a - « Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham» in *Archive for History of Exact Sciences*, 6.4, pp.271-298.

1970b - « Le modèle de la sphère transparente et l'explication de l'arc en ciel :Ibn al Haythem , al -Farisi » in *Revue d'Histoire des Sciences*,23, pp.109-140.

1970c - (co-auteur), *Introduction à l'histoire des Sciences.* Vol.1 : *Eléments et instruments* , Paris , Hachette , 287p.

1971a - (co-auteur), *Introduction à l'histoire des Sciences.* Vol. II :*Objet et Méthodes. Exemples,* Paris, Hachette.347p.

1971b - « L'introduction de la mathématique du probable dans la science sociale » dans *Actes du XIIè Congrès d'Histoire des Sciences*, vol.9, Paris Blanchard, pp.55-59.

1971c - «Islam -les expressions- Les sciences dans le monde musulman », dans *Encyclopaedia Universalis*, Paris, vol. IX.

1972a - «La mathématisation de l'informe dans la science sociale: la conduite de l'homme bernoullien », dans *La Mathématisation des doctrines informes,* Colloque tenu à l'Institut d'histoire des sciences de l'Université de Paris, sous la direction de G. Canguilhem, Paris, Hermann, pp. *71- 105.*

1972b - « Idéologie et mathématique: l'exemple du vote au XVIIIe siècle », Publication de la Faculté des Arts et des Sciences, Montréal, 1972.

1972c - « L'induction mathématique: al-Karaji, as-Sarnaw'al », in *Archive for History of Exact Sciences,* 9.1, pp. 1-21

1973a - « Algèbre et linguistique: l'analyse combinatoire dans la science arabe », dans R. Cohen (éd.), *Logical and*

Epistemological Studies in Contemporary Studies, Boston Studies in the Philosophy of Sciences, Boston, Reidel, pp. 383-399.

1973b - « Kamal al-Din. al-Farisi »,dans *Dictionary of Scientific Biography, vol. VII,* New York, Scribner, pp. 212-219.

1973c - « Al-Karaji », dans *Dictionary of Scientific Biography, vol. VII,* New York, Scribner pp. 240-246.

1973d - «Ibrahim ibn Sinan», dans *Dictionary of Scientific Biography,* vol. VII, New York, Scribner; pp. *2-3.*

1974a- *Condorcet: Mathématique et société,* choix de textes et commentaire, (Collection « Savoir »), Paris, Hermann, 218p.

1974b - «L'arithmétisation de l'algèbre au XIIe siècle », dans *Actes du XIIIe Congrès d'Histoire des Sciences,* Moscou, pp. 3-30.

1974c - « Résolution des équations numériques et algèbre: Saraf al-Din al-Tùsi, Viète », *in Archive for History of Exact Sciences,* 12.3, pp. 244-290.

1974d - « Les travaux perdus de Diophante, I», in *Revue d'histoire des sciences,* 27.2, pp. 97-122.

1975a - « Les travaux perdus de Diophante, II », *Revue d'histoire des sciences* 28.1, pp. 3-30.

1975b - «Recommencements de l'algèbre aux XIè et XIIè siècles » dans J.E.Murdoch et E. D. Sylla (éds.), *Cultural Context of Medieval Learning,* Dordrecht Boston, D. Reidel Publishing Company, pp. 33-60.

1975c - «Condorcet », dans *Enciclopedia Scientziati e tecnologi,* Arnoldo Mondadori.

1976 - « Al-Biruni algébriste », dans*The Commemoration Volume of Biruni International Congress in Teheran,* Téhéran, pp. 63-74.

1978a - «L'histoire de l'algèbre et l'invention des fractions décimales: al-Samaw'al », (résumé en français) dans *Proceedings of the First International Symposiumfor the History of Arabic Science* (University of Aleppo, 5-12 April 1976), Alep, , vol. 11, p. 133.

1978b - « Lumière et vision: l'application des mathématiques dans l'optique d'Ibn alHaytham », dans R. Taton (éd.), *Roemer et la vitesse de la lumière,* Paris, Vrin, pp. 19-44.

1978c - « À propos d'une édition du texte de Dioclès sur les miroirs ardents », in *Archives internationales d'histoire des sciences,* 28, pp. 329-334.

1978d - «L'extraction de la racine *nième* et l'invention des fractions décimales (XIè-XIIè siècles)in *Archive for History of Exact Sciences,* 18.3, pp. 191-243 .

1978e - «Un problème arithmético-géométrique de Sharaf al-Din al-Tùsi », in *Journal for the History of Arabic Science,* 2.2, pp. 233-254.

1978f - « La notion de science occidentale », dans E, G. Forbes (éd.), *Human Implication of Scientific Advance,* Edinburgh,pp. 45-54.

1979a - «L'analyse diophantienne au Xè siècle: l'exemple d'al-Khàzin »,in *Revue d'histoire des sciences,* 32.3, pp.193-222.

1979b - « La construction de l'heptagone régulier par Ibn al-Haytham», *Journal for the History of Arabic Science, 3,* pp. 309-387.

1979c - Al-Kindi » (avec J. Jolivet), dans *Encyclopédie de l'Islam,* Leyde, t. V, pp. 123-126.

1980a - «Ibn al-Haytham et le théorème de Wilson », in *Archive for Histoly of Exact Sciences, 22.4,* pp. 305-321.

1980b - «Al-Kindi » (avec J. Jolivet), dans *Dictionary of Scientific Biography, vol. XV,* New York, Scribner, pp. *260-267.*

1980c - « Science as a Western Phenomenon », Trad. Anglaise de 1978f, in *Fundamenta Scientiae,* 1, pp. 7-21,

1981a - «Remarques sur l'histoire de la théorie des nombres dans les mathématiques arabes », dans *Proceedings of the Sixteenth International Congress of Science: Meetings on Specialized Topics,* Bucarest, pp. 255-261.

1981b - «L'Islam et l'épanouissement des sciences exactes », dans

L'Islam, la philosophie et la science (co-auteur). Paris, UNESCO, (Traductions anglaise, espagnole et arabe).

1981c - « Ibn al-Haytharn et la mesure du paraboloïde », in *Journal for the History of Arabic Science,* 5.1-2, pp. 191-262.

1981d -« Remarks on the History of Diophantine Analysis" dans *Conference on Algebra and Geometry,* Kuwait, pp.102-103.

1982 - «Matériaux pour l'histoire des nombres amiables et de l'analyse combinatoire», in *Journal for the History of Arabic Science,* 6.1-2, p. 209-278.

1983a - « Nombres amiables, parties aliquotes et nombres figurés aux XIIIe et XIVe siècles », in *Archive for History of Exact Sciences,* 28.2, p. 107-147.

1983b - « L'idée de l'algèbre selon al-Khwarizmi », in *Fundamenta Scientiae,* 4, pp. 87-100.

1983c - « L'idée de l'algèbre selon al-Khwarizmi », Trad. Russe de 1983 b, dans *Muhammad ibn Mùsà al-Khwarizmi,* 1200 *ans,* Moscou, p. 85-108 .

1984a - *Entre arithmétique et algèbre. Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes,* Collection « Sciences et philosophie arabes - Études et reprises », Paris, Les Belles Lettres, 321 p. (reprise de 1973a ; 1974c ; 1975c ; 1978 d; 1978 f ; 1979 a ; 1980 a; 1983 a;1983b).

1984b - *Diophante: Les Arithmétiques, Livre IV, « Collection* des Universités de France », vol. 3, Paris, Les Belles Lettres, 487 p.

1984c - *Diophante: Les Arithmétiques, Livres V, VI, VII, «Collection* des Universités de France », vol. 4, Paris, Les Belles Lettres, 451 p.

1984d - Jean Itard, *Essais d'histoire des mathématiques,* réunis et introduits par R. Rashed, Paris, Blanchard, 384 p.

1984e - *Études sur Avicenne,* dirigées par J. Jolivet et R. Rashed, coll. « Sciences et philosophie arabes - Études et reprises », Paris, Les Belles Lettres, 151 p.

1984f - « Mathématiques et philosophie chez Avicenne », dans *1984e*, pp. 29-39 ;

1985 - « Diophante d'Alexandrie », dans *Encyclopædia Universalis*, Paris, 1985, vol. V, p.235-238.

1986a - *Sharaf al-Din al-Tùsi, Œuvres mathématiques. Algèbre et Géométrie au XIIe siècle*, coll. « Sciences et philosophie arabes - textes et études », 2 vol., Paris, Les Belles Lettres.950 p.

1986b - «Condorcet »,trad fr. de 1975c. dans *De révolution en révolution, Spécial Options*,16, pp.34-36.

1986c - «Les pratiques culturelles et l'émergence des connaissances scientifiques»,; trad. Anglaise de l'arabe, dans *Unesco Meeting of Experts on Comparative Philosophical Studies on Changes in Relations between Science and Society*, New Delhi, pp. 23-31 .

1987a - « *Al-Sijzi* et Maimonide: Commentaire mathématique et philosophique de la proposition 11-14 des *Coniques* d'Apollonius »,in *Archives internationales d'histoire des sciences*, 37.119, pp. 263-296.

1987b - «Conceivability, Imaginability and Probability in Demonstrative Reasoning: al-Sijzi and Maimonides on 11.14 of Apollonius' *Conic Sections* », Trad, anglaise de 1987a, in *Fundamenta Scientiae, 8.3/4*, pp. 241-256;

1987c - « La périodisation des mathématiques classiques», *Revue de synthèse*, IVe série, *3-4*, pp.349-360;

1988a - *Sciences à l'époque de la Révolution française. Recherches historiques*, Travaux de l'équipe REHSEIS, édités par R. Rashed, Paris, Blanchard, 474 p.

1988b - «Lagrange, lecteur de Diophante », dans *1988a*, pp. *39-83*.

1988c - « L'idée de l'algèbre selon al-Khwarizmi », Trad. Anglaise de 1983b, dans G.N Atiyeh and L.M. Oweis (éds.) *Arab Civilization, Challenges and Responses*, New York, State University Press, pp. 98-111.

1989a - « Ibn al-Haytham et les nombres parfaits »,in *Historia Mathematica*, 16, pp. 343-352;

1989b - "Problems of the Transmission of Greek Scientific Thought into Arabic: Examples from Mathematics and Optics », in *History of Science*, 27, p.199-209.

1989c - « Transmissions et recommencements: l'exemple de l'optique », dans *Maghreb-Machrek, Espaces et Sociétés du monde arabe*, La Documentation Française,123, pp. 22-26.

1990a - *Condorcet: Mathématique et société*, choix de textes et commentaire. Trad. Espagnole de 1974 a , 218 p.

1990b - « A Pioneer in Anaclastics: Ibn Sahl on Burning Mirrors and Lenses », *Isis*, 81, pp. 464-491.

1991a - *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique*, Études en hommage à Jules Vuillemin, éditées par R. Rashed, Paris, Éditions du CNRS, 315 p.

1991b - « Al-Samaw'al, al-Biruni et Brahmagupta: les méthodes d'interpolation », *Arabic Sciences and Philosophy: a Historical Journal*, pp. 101 - 160;

1991c - «L'analyse et la synthèse selon Ibn al-Haytham», dans*1991a*, pp. 131-149

1991d - « La philosophie mathématique d'Ibn al-Haytham. I:L'analyse et la synthèse », dans *Mélanges de l'Institut Dominicain d'Études Orientales du Caire (MIDEO)*, 20, pp. 31-23.

1992a - « Archimède dans les mathématiques arabes », dans Corrado Dollo (éd.), *Archimede, Mito Tradizione Scienza*, Biblioteca di Nuncius, Studi et testi IV, Florence, Leo S. Olschki, 14e, pp. 43-61.

1992b - « Science classique et science moderne à l'époque de l'expansion de la science européenne», dans P. Petitjean, C. Jami et A. M. Moulin (éd.), *Science and Empires*, Boston Studies in the Philosophy of Science, Dordretch, Kluwer Academic Publishers, pp. 19-30.

1992c - « Science classique et science moderne à l'époque de l'expansion de la science européenne», Trad. Portugaise de 1992b, dans A. Garibaldi (éd.), *Principios*, n° 27, Sao Paulo,pp.39-47.

1992d - *Optique et mathématiques: Recherches sur l'histoire de la pensée scientifique en arabe,* Variorura Reprints, Aldershot, 310 p.(reprise de 1968 ;1970b , 1978 ; 1985 ; 1987 ; 1989 ; 1989 ; 1989 ; 1990 ; 1991 ;1991 ; 1992 ;)

1992e - « Mathématiques traditionnelles dans les pays islamiques au *XIXe* siècle: l'exemple de l'Iran », dans E. Ihsanoglu (éd.), *Transfer of Modern Science and Technology to the Muslim World,* Istanbul, pp. 393-404.

1992f - « Fūthītos (?) et al-Kindi sur «l'illusion lunaire» », dans Goulet, Madec, O'Brien (éd.), *ΣΟΦΙΗΣ ΜΑΙΗΤΟΡΕΣ, «Chercheurs de sagesse », Hommage à Jean Pépin,* Collection des Études Augustiniennes. Série Antiquité 131, Paris, Institut d'Études Augustiniennes, pp. 533-559.

1992g - « De Constantinople à Bagdad: Anthémius de Tralles et al-Kindi », dans Pierre Canivet et Jean- Paul Roy-Coquais (éd.), La *Syrie de Byzance à l'Islam – VIIè-VIIIè siècles,* Actes du colloque international (Lyon - Maison de l'Orient Méditerranéen, Paris - Institut du Monde Arabe, 11-15 sept. 1990), Damas, Institut Français de Damas, pp. 165- 170.

1993a - *Géométrie et dioptrique au Xe siècle: Ibn Sahl - al-Qùhi et Ibn al-Haytham,* Paris, Les Belles Lettres, 705 p.

1993b - *Les mathématiques infinitésimales du IXe au Xle siècle, vol. II:Ibn al-Raytham,* Londres, al-Furqàn Islamic Heritage Foundation, 586 p.

1993c - « Les traducteurs », dans *Palerme 1070 - 1492. Mosaïque de peuples, nation rebelle: la naissance violente de l'identité sicilienne, Autrement,*pp. 110-119.

1993d - « Al-Kindi's Commentary on Archimèdes' "The Measurement of the Circle" », *Arabic Sciences and Philosophy,* 3.1 ,pp. 7-53.

1993e - «La philosophie mathématique d'Ibn al-Haytham. II: *Les Connus », Mélanges de l'Institut Dominicain d'Études Orientales du Caire (MIDEO),* 21, p. 87-275.

1994a - « Probabilité conditionnelle et causalité: un problème d'application des mathématiques », dans J. Proust et E. Schwartz (éd.), *La Connaissance philosophique. Essais sur L'œuvre de Gilles Gaston Granger*, Paris, PUF, pp. 271-293.

1994b - « Indian Mathematics in Arabic », dans Ch. Sasaki, J. W. Dauben, M. Sugiura (éd.), *The Intersection* of *History and* Mathematics, Basel / Boston / Berlin, Birkhaüser Verlag, pp. 143- 148.

1994c - « Notes sur la version arabe des trois premiers livres des *Arithmétiques* de Diophante, et sur le problème 1.39 », *Historia Scientiarum*, 4-1, p. 3946.

1994d - « Fibonacci et les mathématiques arabes », dans *Micrologus* II, pp.145-160.

1994e - «Fibonacci e la matematica araba », Traduction italienne de 1994d; dans *Federico II e le scienze,* Palerme, Sellerio editore, p. 324-337.

1994f - *Entre arithmétique et algèbre. Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes,* trad. Anglaise de 1983a,Boston Studies in Philosophy of Science, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

1994g - « Al-Yazdī et l'équation $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = x^2$» in *Historia Scientiarum,* 4.2, pp. 79-101.

1994h - « Ibn Sahl et al-Qùhi : dioptrique et méthodes projectives au Xe siècle », dans S. Garma, D. Flament, V. Navarro (éd.), *Contra los titanes de la rutina,* Madrid, pp. 9-18.

1994i - « Les mathématiques », « Thàbit ibn Qurra », « Ibràhim ibn Sinân » (en turc), *Islamic Encyclopædia* (Istanbul).

1994j - «Analysis and Synthesis according to Ibn al-Haytham », Trad. anglaise: de 1991 c , dans C. C. Gould et R. S. Cohen (éd.), *Artifacts, Representations and Social Practice,* Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 121- 140.

1994k - « Riyàdhiyàt, les mathématiques arabes », *Encyclopédie de l'Islam*, pp. 567-580.

1995a - « Conic Sections and Burning Mirrors: An Example of the Application of Ancient and Classical Mathematics », dans K. Gavroglu *et al.* (éd.), *Physics, Philosophy and the Scientific Community*, Boston Studies in the Philosophy of Science 163, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 357-376.

1995b - «Les commencements des mathématiques archimédiennes en arabe: Banù Mùsà » Trad. grecque, in *Neusis*, pp. 133-154.

1996a - *Les Mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle, vol. 1: Fondateurs et commentateurs: Banu Musa, Thàbit ibn -Qurra, Ibn Sinan, al-Khazin, al-Qûhi, Ibn al-Samh, Ibn Hùd,* Londres, al-Furqan Islamic Heritage Foundation, 1125 p.

1996b - « Modernité classique et science arabe », dans C. Goldstein et J. Ritter (éd.), *Mathématiques en Europe*, Paris, MSH, pp. 68-81

1996c - *Encyclopedia of the History Arabic Science* (editor &co-author), London, New York, Routeledge, 3 vol., 1105 p. (vol. 1:Astronomy - Theoretical and Applied; vol. II: Mathematics and the Physical Sciences; vol. III: Technology, Alchemy and the Life Sciences) .

1996d - *Les Mathématiques infinitésimales du IXe au Xle siècle, vol. 1: Fondateurs et commentateurs: Banu Musa, Thàbit ibn -Qurra, Ibn Sinan, al-Khazin, al-Qûhi, Ibn al-Samh, Ibn Hùd,* Londres, al-Furqan Islamic Heritage Foundation, 1125 p.

1996e - « Modernité classique et science arabe » Trad. portugaise de 1996b dans A. M. Alfonso Goldfarb et C.A. Maia (éd.), Histéria de ciência : *mapa do conbecimento,* Sao Paulo, pp. 27-39.

1996f - Thàbit ibn Qurra », dans *Lexikon des Mittelalters*, Munich
1996g - «Algebra », dans R. Rashed (éd.), *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, 3 vol., Londres, Routledge, vol. 11, pp. 349-375; «Combinatorial Analysis, Numerical Analysis, Diophantine Analysis and Number Theory », *ibid.*, *pp.* 376-417 ; « Infinitesimal Determinations, Quadrature of Lunules and Isoperimetric Problems », *ibid. pp.* 418-446; « Geometrical Optics », *ibid.*, *pp.* 643-671.
1996h - «Archimedean Leaming in the Middle Ages: The Banû Mùsà», Trad. Anglaise, in *Historia Scientiarum*, 6.1, pp. 1-16.
1997a - *Œuvres philosophiques et scientifiques d'al-Kindi, vol. 1: l'Optique et la Catopirique d'al-Kindi*, Leyde, E.J. Brill, 790 p.
1997b - «Les commencements des mathématiques archimédiennes en arabe: Banù Mùsà », original français de 1995c et de 1996 h , dans A. Hasnawi, A. Elamrani Jamal et M. Aouad (éds.), *Perspectives arabes et médiévales sur la tradition scientifique et philosophique grecque*, Actes du Colloque de la SIHSPAI, Louvain / Paris, Peeters, pp 1-19.
1997c - «Ibn Sahl», «Ibn Sinàn», «Ibn al-flaytham», «Science as a Western Phenomenon » (remise à jour et nouvelle traduction), dans Helaine Selim (éd.), *Encyclopaedia of the History of Science, Technology and Medicine in Non-Western Cultures*, Dordrecht, Kluwer Acadernic Publishers.
1997d - *Descartes et le Moyen Age*, Actes du colloque organisé à la Sorbonne du 4 au 7 juin 1996, édité par J. Biard et R. Rashed, « Études de- Philosophie médiévale LXXV, Paris, Vrin, 425p.
1997e - « AI-Kindi's Commentary on Archimèdes' «The Measurement of the Circle» »Version française de 1993d dans *Oriens-Occidens, 1*, pp. 1-40.

1997f - « Le commentaire par al-Kindi de *l'Optique* d'Euclide: un traité jusqu'ici inconnu », *Arabic Sciences and Philosophy,* 7.1, pp. 9-57.

1997g - « La *Géométrie* de Descartes et la distinction entre courbes géométriques et courbes mécaniques », dans J. Biard et R. Rashed (éd.), *Descartes et le Moyen Age,* Études de philosophie médiévale LXXV, Paris, Vrin, pp. 1-22.

1997h - « Coniques et miroirs ardents: un exemple de l'application des mathématiques anciennes et classiques », dans A. de Libera, A. Elamrani-Jamal, A. Galonnier (éd.), *Langages et philosophie. Hommage à Jean Jolivet,* Études de philosophie médiévale LXXIV, Paris, Vrin, pp. 15-30.

1997i - « Dioclès et «Dtrùms»: deux traités sur les miroirs ardents», *MIDEO,* 23, p. 1-155.

1997j - «L'histoire des sciences entre épistémologie et histoire », *Historia scientiarum,* 7.1, pp.1-10.

1997k - « De la géométrie du regard aux mathématiques des phénomènes lumineux » (en persan), dans *L'histoire des sciences en Terre d'islam, Waqf, mirath-e jawidan,* 4.3-4, pp. 25-34.

1997l - « Mathématiques et autres sciences », *Dictionnaire de l'Islam, religion et civilisation, Encyclopœdia Universalis,* Paris, p. 537-561.

1997m - *Histoire des sciences arabes* , 3vol. , trad. fr. de 1996c, Paris , Seuil.

1998a - *Œuvres philosophiques et scientifiques d'al-Kindi, vol. II: Métaphysique et Cosmologie,* par R. Rashed et J. Jolivet, Leyde, E.J. Brill, XIII-243 p.

1998b - « Mathématiques arabes », « Science arabe » (en japonais), dans *Japanese Dictionary of History of Sciences,* Tokyo.

1998c - «Al-Qùhi contre Aristote: sur le mouvement », *Oriens-Occidens. Sciences, mathématiques et philosophie de lAntiquité à lÂge classique,* 2, pp. 95-117.

1999a - *Pierre Fermat: La théorie des nombres,* Textes traduits par P. Tannery, introduits et commentés par R. Rashed, Ch. Houzel et G. Christol, Paris, Blanchard.
1999b - *Les Doctrines de la science de l'antiquité à l'âge classique,* édité par R. Rashed et J. Biard, Louvain, Peeters.
1999c - *Al-Khayyam mathématicien,*en collaboration avec B.Vahabzadeh, Paris, Librairie Blanchard, 438 p.
1999d - « Al-Qùhi vs. Aristotle: On motion », trad. anglaise de 1998c, in *Arabic Sciences and Philosophy,* 9. 1, pp. 7-24.
1999e - « Combinatoire et métaphysique: Ibn Sinà, al-Tùsi et al-Halabi », dans R. Rashed et J. Biard (éd.), 1999 b , pp. 61-86.
1999 f - « L'histoire des sciences entre épistémologie et histoire », Trad. Japonaise de1997 j ,in *Misuzau* (Journal de la Société japonaise d'histoire des sciences), 41.7, juillet, pp. 25-37.
1999g - «Sur une construction du miroir parabolique par Abû al-Wafàal-Bùzjàni » (avec Otto Neugebauer), in *Arabic Sciences and Philosophy,* 9.2, pp. 261-277.
1999h - « Ibn al-Haytham, mathématicien de l'époque fatimide », dans *L'Égypte fatimide. Son art et son histoire,* Actes du colloque organisé à Paris les 28, 29 et 30 mai 1998, sous la direction de Marianne Barrucand, Paris, Presses de l'Université de Paris-Sorbonne, pp. 527-536.
1999i - « Conceptual Tradition and Textual Tradition: Arabic Manuscripts on Science », dans Y. Ibish (éd.), *Editing Islamic Manuscripts on Science,* Proceedings of the Fourth Conférence of al-Furqàn Islamic Heritage Foundation (London 29th-30th November 1997), Londres, al-Furqàn, pp. 15- 51.
1999j - « Pierre Fermat et les débuts modernes de l'analyse diophantienne », in *Historia Scientiarum,* 9.1, pp. 3-16.
1999k - « De la géométrie du regard aux mathématiques des phénomènes lumineux », dans G. Vescovini (éd.), *Filosofia e scienza classica, arabo-laiina medievale e l'età moderna,*

Fédération Internationale des Instituts d'Études Médiévales (FIDEM), Textes et études du Moyen Âge, Louvain-la-Neuve, pp. 43-59.

1999l - «Analyse diophantienne», «Analyse et synthèse», «Isopérimètre», dans *Dictionnaire d'histoire et philosophie des sciences,* Dominique Lecourt (dir.), Paris, PUF, pp. 45-47 ; 47-49 ; 550-552.

1999m - « The Invention of Classical Scientific Modernity », *Revista Lafinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnologia,* 12.2, mayo-agosto, pp. 135-147.

2000a - « *Al-Sijzi* and Maimonides: A –Mathematical and Philosophical Commentary on Proposition II - 14 in Apollonius' *Conic Sections* », trad. Anglaise de 1987a , dans R. S. Cohen et H. Levine (éd.), *Maimonides and the Sciences,* Dordrecht, Kuwer Academic Publishers, pp. 159-172.

2000b - *Ibrahim ibn Sinan. Logique et géométrie au Xe siècle,* en collaboration avec H. Bellosta, Leyde, E.J. Brill, *XI*-809 p.

2000c - *Les Mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle, vol. III Ibn al-Haytham. Théorie des coniques, constructions géométriques et géométrie pratique,* Londres, al-Furqan Islamic Heritage Foundation, XX111-1034 p.

2000d - *Les Catoptriciens grecs. 1: Les miroirs ardents,* édition, traduction et commentaire, « Collection des Université de France », l'Association Guillaume Budé, Paris, Les Belles Lettres, 577p.

2000e - *Historia Nauki Arabskiej* ,trad. Polonaise de 1996c ,Dialog, Varsovie.

2000f - « Ibn Sahl et al-Qùhi: Les projections. Addenda & Corrigenda», *Arabic Sciences and Philosophy,* 10. 1, p. 79-100.

2000g - «Thâbit b. Kurra », *Encyclopédie de l'Islam,* Leyde, p. 459-460.

2000h - «Astronomie et mathématiques anciennes et classiques », dans *Épistémologiques* (Revue internationale Paris / Sao Paulo), *Cosmologie et philosophie, Hommage à Jacques Merleau-Ponty, vol. 1* (1-2), janvier-juin, pp. 89-100.

2000i - *Omar Khayyam. The Mathematician,* Version anglaise de 1999c- sans les textes arabes-, Persian Heritage Series n° 40, New York, Bibliotheca Persica Press.

2000j - « Kombinatorik und Metaphysik: Ibn Sinà, at-Tùsi und Halabi », Trad. allemande de 1999c , dans Rüdiger Thiele (éd.), *Mathesis, Festschrift siebzigsten Geburtstag von Matthias Schramm,* Berlin, Diepholz, 2000, Ss. 37-54.

2001a - «Fermat and Algebraic Geometry», in *Historia Scientiarum,* 11.1, pp. 24-47.

2001b - "Al-Qùhi: From Meteorology to Astronomy »,in *Arabic Sciences and Philosophy,* 11.2, 2001, pp. 157-204 .

2001c - « Scienze "esatte" dal greco all'arabo: transmissione e traduzione », dans Salvatore Settis (éd.), 1 *Greci Storia Cultura Arte Società,* 3. 1 *Greci oltre le Grecia,* Turin, Giulio Einaudi Editore, pp.705-740.

2001d - « Diofanto di alessandria », dans *Sioria della scienza,* éditeur en chef S. Petruccioli, 10 vol., Rome, Istituto della Enciclopedia Italiana, vol. 1: *La scienza antica,* ,2001, pp. 800-805.

2002a - *Les Mathématiques infinitésimales du IXe au Xle siècle, vol. IV- Méthodes géométriques, transformations ponctuelles et philosophie des mathématiques,* Londres, al-Furqàn Islamic Heritage Foundation, XII-1064 - VII p.

2002b - *Storia della scienza,* éditeur en chef S. Petruccioli, 10 vol., *3e- ; vol. Ill: La civiltà islamica* (direction scientifique et co -auteur), Rome, Istituto della Enciclopedia Italiana.

2002c - « Metaphysics and Mathematics in Classical Islamic Culture: Avicenna and his Successors", Trad. Anglaise de 1999c dans Ted Peters, Muzaffar Igbal and Syed Nomanul Haq (éds.), *God, Life, and the Cosmos,* Aldershot, Ashgate Publishing Company, pp. 173-19J3.

2002d - «Dieu, la chose et les mathématiques», Seconde publication de 1999c, dans G. Federici Vescovini (éd.), *Le Problème des transcendantaux du XIVe au XVIIe siècle,* Bibliothèque d'histoire de la philosophie, Paris, Vrin, 2002, pp. 35-50.

2002e - « Dal Greco all'Arabo: trasmissione et traduzione», dans *Storia della scienza, vol. III: La civiltà islamica,* Rome, Istituto della Enciclopedia Italiana, pp. 31-49.;« Algebra e linguistica, gli inizi dell'analisi combinatoria», *ibid., pp.* 86-93; « Le tradizioni matematiche », *ibid., pp.* 322-326; « Gli Archimedei e i problemi infinitesimali », *ibid., pp.* 360-385; « Le tradizioni sulle coniche e l'inizio delle ricerche sulle proiezioni » (avec R Abgrall), *ibid., pp.* 385-402; «Tracciato continuo delle coniche e classificazione delle curve», *ibid., pp.* 402-431 ; « Aritmetiche euclidea, neopitagorica e diofantea: nuovi metodi in teoria dei numeri », *ibid., pp.* 448-457 ; «L'algebra e il suo ruolo unificante », *ibid., pp.* 457-471; «I metodi algoritmici », *ibid., pp.* 472-483 ; «Filosofia della matematica», *ibid., p.* 483-498; " Specchi ustori, anaclastica c diottrica », ibid.,pp.561-579.

2002f - «Al-Qùhi: de la Météorologie à l'Astronomie » Version française de 2001b, in *Oriens-Occidens,* 4, pp. 1-57.

2002g - « Transmission et innovation: l'exemple du miroir parbolique », dans 4000 *ans d'histoire des mathématiques: les mathématiques dans la longue durée,* Actes du treizième colloque Inter-IREM d'Histoire et d'Epistémologie de mathématiquesjREM de Rennes, les 6-7-8 mai 2000, IREM de Rennes, pp. 57-77.

2002h - « Transmission et innovation: l'exemple du miroir parbolique »,Version abrégée de 2002h, dans S. M. Razaullah Ansari *Science and Technology in the Islamic World, Proceedings of the XXth International Congress of History of Science* (Liège, 20-26 July 1997), vol. XXI, coll. « De Diversis Artibus », Turnhout, Brepols, pp. 101 – 108.

2003a - « Al-Qùhi et al-Sijzi : sur le compas parfait et le tracé continu des sections coniques », in *Arabic Sciences and Philosophy*, 13.1, pp. 9-44.

2003b - « Inaugural Lecture: Mystery of Science and Diversity at the Beginning of the 21st Century »,dans Juan José Saldaha (éd.), *Science and Cultural Diversily, Proceedings of the XXIst International Congress of History of Science* (Mexico City, 7-14July 2001), Mexico, vol. I, pp. 15-29.

2003c - « Les mathématiques de la terre », dans G. Marchetti, 0. Rignani et V. Sorge (éd.), *Ratio et superstitio, Essays in Honor of Graziella Federici Vescovini*, Textes et études du Moyen Âge, 24, Louvain-la-Neuve, FIDEM, 2003, pp.285-318.

2003d - *Histoire des sciences arabes* , 3vol.(réédition de 1997m), Paris , Seuil.

2004a - *Geometry and Dioptrics in Classical Islam,* Londres, al-Furqan Islamic Heritage Foundation.

2004b - *Recherche et enseignement des mathématiques au IXe siècle. Le recueil de propositions géométriques de Na'ini ibn Musa,* en collaboration avec Christian Houzel, Les Cahiers du Mideo. , 2, Louvain-Paris. Ed. Peeters,

2004c - *Maimonide, Philosophe et savant(1138-1204)* ,Etudes réunies par Toni Lévy et Rochdi Rached , Ancient and Classical Sciences and Philosophy, Ed. Peeters, 541p.

2004d - « Philosophie et mathématiques selon Maimonide : Le modèle andalou de rencontre philosophique » dans 2004c, pp.253-273.

2004e - *Œuvre mathématique d'al-Sijzi. Vol.I :Géométrie des Coniques et théorie des nombres*, Les Cahiers du Mideo. , 3, Louvain-Paris. Ed. Peeters, 541p.

2005a - *Klasik Avrupali Modernitenin Vcadi ve Vslam'da Bilim* (Recueil d'articles traduits en turc par Bekir S.Gur) , Ankara, Kadim Yayinlari,360p.

2005b - *Geometry and Dioptrics in Classical Islam*, London, al-Furqaen , XIII-1183-VI p.

2005c - *Philosophie des mathématiques et théorie de la connaissance .L'Oeuvre de Jules Vuillemin* , ed.R.Rached et P.Pellegrin , Collection Sciences dans l'histoire, Paris, Librairie A.Blanchard, XIII-393 p.

2005d - « Thaebit ibn Qurra et la théorie des parallèles » (en collaboration avec Ch.Houzel, in *Arabic Sciences and Philosophy*, 15.1 , pp.9-55.

2 ـ أعمال قيد النشر أو الإعداد:

- *Mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle, vol.* V: *Ibn al-Haytham: Géométrie sphérique et astronomie,* Londres, al-Furqan Islamic Heritage Foundation.

- *Mathématiques infinitésimales du IXe au Xie siècle, vol. VI: Ibn al-Haytham : Problèmes de fondements et commentaires des* Éléments *d'Euclide*, Londres, al-Furqan Islamic Heritage Foundation.

- *Diophante: Les Arithmétiques*, Livres I, II,III , en collaboration avec A. Allard, édition, traduction et commentaire, Paris, Les Belles Lettres.

- *Apollonius, Œuvres mathématiques* (grec, arabe), en collaboration avec M. Decorps, M. Fiederspiel et H. Bellosta.

- R. Rashed et P. Crozet, *Œuvres mathématiques d'al-Sijzi*, 2 vol., Leyde, E.J. Brill.

- *Entre arithmétique et algèbre. Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes,* trad japonaise de 1984 a , Tokyo University Press, à paraître.

- *Encyclopedia of the History of Arabic Science* ,trad. Persane 1996c , Téhéran , sous presse.

- *Les mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle, vol. II:Ibn al-Raytham,* trad. anglaise de 1993b en cours.

- *Les Mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle, vol. 1: Fondateurs et commentateurs: Banu Musa, Thàbit ibn -Qurra, Ibn Sinan, al-Khazin, al-Qûhi, Ibn al-Samh, Ibn Hùd,* , trad. anglaise de 1996d en cours.

- « Les premières classifications des courbes » , à paraître in *Physis*.

3 ـ الكتابات العربية أو المعربة :

1972– الباحر في الجبر للسموأل،(بالاشتراك مع احمد جبار) ، منشورات جامعة دمشق ، دمشق.

1975– علم الجبر(ديوفانتس) ،تحقيق وتقديم رشدي راشد ، دار الكتب المصرية ، القاهرة.

1977 (أ) ـ «تاريخ الجبر واكتشاف الكسور العشرية : السموال» في أعمال الملتقى الأول لتاريخ العلوم العربية، (جامعة حلب5-12 افريل 1976) ؛ حلب ، المجلد 1، صص 169-186.

1977 (ب)- مفهوم اللامتناهي في عصرالرازي» في أعمال ملتقى الرازي، القاهرة.

1981 (أ) ـ علم الجبر(عمرالخيام) (بالاشتراك مع احمد جبار) ، حلب منشورات جامعة حلب.

1981 (ب) ـ ملاحظات حول تاريخ تحليل ديوفانتس» في ندوة الجبر والهندسة، الكويت ، صص 102-103.

1981 (ت) ـ «الإسلام وتطور العلوم الصحيحة» ـ ترجمة عربية ضمن مجموع الإسلام : الفلسفة والعلوم، اليونسكو باريس.

1983 ـ «العلم كظاهرة غربية والعرب» ـ ترجمة عربية في المستقبل العربي، (بيروت) عدد47/ 1983 صص 4-19.

1985 (أ)- «فكرة الجبر عند الخوارزمي»، ترجمة عربية في المستقبل العربي، عدد 74/ 1985 صص115-126.

1985 (ب)- «الممارسات الثقافية وانبثاق المعارف العلمية في أقطار الوطن العربي»، في المستقبل العربي، عدد68/ 1984صص24-29.

1985(ت)- «تاريخ العلوم والتحديث العلمي في الأقطار العربية» ، في المستقبل العربي، عدد 77/ 1985صص32-46.

1989(أ)- «تاريخ الرياضيات العربية : بين الجبر والحساب» في المستقبل العربي عدد126/ 1989 ، صص 175-184 .
1989(ب)- تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب، الترجمة العربية ،(سلسلة تاريخ العلوم عند العرب -1-) مركز دراسات الوحدة العربية بيروت.
1990 «مساهمة العرب في تاريخ العلم» (حوار مع هاشم صالح) في الوحدة (باريس/ الرباط) عدد 68/ 1990 صص 129-147 .
1995-«البحث العلمي والتحديث في مصر : مثال حالة نموذجية : علي مصطفى مشرفة» ترجمة عربية في
Entre réforme sociale et mouvement national. Identité et modernisation en Égypte (1882-1962), sous la direction d'A. Roussillon, Le Caire, CEDEJ, p. 219232.
1996- علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري (ابن سهل القوهي-ابن الهيثم) تحقيق وتقديم، رشدي راشد؛ الترجمة العربية، (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب -3 -) مركز دراسات الوحدة العربية بيروت.
1997- موسوعة تاريخ العلوم العربية (ثلاثة أجزاء)، إشراف رشدي راشد؛ الترجمة العربية ، (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب - 4 -) مركز دراسات الوحدة العربية بيروت.
1998(أ)-«حول تاريخ العلوم العربية» في المستقبل العربي، عدد231/ 1998صص19-29 .
1998(ب)-ب العلوم العربية بين نظرية المعرفة والتاريخ» في
Bulletin d'Etudes Orientales ,T.L, IFEAD, Damas ,pp.223-232.
1998(ت)- الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر: مؤلفات شرف الدين الطوسي، تحقيق وتقديم، رشدي راشد ؛ الترجمة العربية،

(سلسلة تاريخ العلوم عند العرب -5 -) مركز دراسات الوحدة العربية بيروت.
1998(ت)- «نشأة اللغة العربية العلمية وتطورها» في الموسم الثقافي السادس عشر ، عمان (الأردن) صص 121-138.
1999-«تراث الفكر وتراث النص : مخطوطات العلم العربية» في مجموع تحقيق مخطوطات العلوم في التراث الإسلامي ، الملتقى الرابع لمؤسسة الفرقان للتراث الإسلامي ، لندن 29-30نوفمبر1998 ، صص29- 76 .
2001- علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري (ابن سهل القوهي-ابن الهيثم) تحقيق وتقديم، رشدي راشد ؛ الترجمة العربية ، (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب -3 -) مركز دراسات الوحدة العربية بيروت. ط2 ، انظر 1996.
2002(أ) -«العلوم العربية بين نظرية المعرفة والتاريخ» في
Essays in Hounor of Salah al-Din al-Munjid, London, al-furqan, pp.298-315.
انظر1998(ب).
2002(ب)-«بناء مجتمع علمي عربي يتم بالاستناد إلى دروس التراث العلمي» مقابلة فكرية مع وفاء شعراني ونقولاء فارس، في المستقبل العربي عدد 280 صص 22-36.
2003- علم المناظر وعلم انعكاس الضوء (أبو يوسف يعقوب بن إسحاق الكندي) ، تحقيق وتقديم، رشدي راشد ؛ الترجمة العربية ، (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب -6 -) مركز دراسات الوحدة العربية بيروت.
2005- رياضيات عمر الخيام، تحقيق وتقديم رشدي راشد بالاشتراك مع ب. وهب زاده، (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب-7-) مركز دراسات الوحدة العربية- بيروت.

4-قيد الإعداد أو النشر

- ابولونيوس: الأعمال الرياضية، الأصول اليونانية والترجمات العربية، (بالاشتراك مع م. ديكربس وم. فيدرشبيل وهـ. بلوستا).
- «المخطوطات الرياضية الموقع بين الرياضي والوراق»، (قيد النشر)، مكتبة الاسكندرية - الاسكندرية.

الفهرس

تمت طباعة هذا الكتاب بالشركة العامة للطباعة «سوجيم» - الهاتف : 71.723.200

قرطاج 2005

Achevé d'imprimer sur les presses de la Société Générale d'Impression « SOGIM » - Tél. : 71.723.200

Sommaire

Condorcet, Rényi, et bien d'autres. Appliquée ensuite à un modèle de décision, il ne reste de la probabilité conditionnelle qu'un problème d'induction statistique : c'est ce qu'on a pu lire avec Condorcet et Savage. Dans ce cas, ce qu'on obtient n'est pas une information sur le rapport entre causes et effets, mais « les degrés de crédibilité ou de croyance » qui nous guident dans les choix entre les décisions sur la base de l'information disponible. L'indétermination sémantique irréductible est au cœur même de *l'homo suffragans,* de *l'homo bernoullien* ou de *l'homo rationalis œconomicus,* dont chacun se présente à la fois comme une description commode pour établir une axiomatique d'une théorie de la décision, et comme une théorie du phénomène où l'on veut retrouver le langage de la causalité. Cette dualité est un trait commun à bien des travaux à la suite de Wald, de Neyman et Pearson, de von Neumann et Morgenstern, de T. Haavelmo, de Savage...

On comprend les tentatives récentes, comme celle de P. Suppes, d'introduire la variable temps pour poser le problème de la causalité, c'est-à-dire en modifiant l'algèbre des événements, en indexant ceux-ci par le temps, et en établissant un rapport de succession entre les événements. Cette tentative semble encore insuffisante, dans la mesure où il s'agit en fait d'un rapport pseudo-temporel entre deux propositions pour déterminer la probabilité, laquelle permettra d'estimer la validité d'une cause indépendamment de toute considération sur la théorie qui définit cette cause, comme la cause d'un certain effet. C'est d'ailleurs très vraisemblablement dans ces directions et pour surmonter ces difficultés que s'engagera la recherche future sur la causalité et les probabilités conditionnelles, comme l'indiquent les travaux sur la théorie des processus stochastiques, où on conjugue le conditionnement à la variable temps.

pérance de l'utilité. C'est un schéma bayesien, complété par une maxime bernoullienne ; ou encore, selon la description de de Finetti : « La formulation bayesienne est celle qui nous apprend comment tenir correctement compte de chaque nouvel élément de connaissance : l'opinion initiale (ou, techniquement, la distribution) est remplacée, pas à pas, par chaque nouvelle donnée, pour donner, lorsque le processus est achevé, l'opinion finale (ou distribution). Le critère bernoullien fournit alors la manière de choisir, étant donné l'opinion finale (ou distribution) la meilleure parmi les décisions possibles. »[1] Cependant le problème, même si l'on admettait les hypothèses de Savage, reste entier : *l'homo rationalis œconomicus* doit posséder une méthode pour choisir une distribution *a priori* qui utilise au mieux son information *a priori*. La théorie de Savage ne semble pas être d'une grande aide à cet égard ; mais c'est le même problème que l'on rencontre dans la situation de décision statistique.

Ainsi, deux fois dans l'histoire et à deux siècles environ d'intervalle, le problème de la probabilité conditionnelle s'est posé pour des raisons intrinsèques au calcul des probabilités, indépendamment de toute interprétation. La question du sens de la probabilité conditionnelle et de son interprétation n'a vraiment été formulée que lorsqu'on a voulu construire un modèle de l'une ou l'autre situation de décision ; et les hypothèses de nature théorique sur cette situation de décision sont celles-là mêmes qui ont fourni à l'interprétation ses éléments constituants. Dans les deux cas ici considérés, on a pu voir que, sous la terminologie causale introduite par Laplace et qui lui a survécu, il ne reste que le comportement inductif. Deux fois dans l'histoire, on assiste à une double démarche, malgré une différence de situation : saisi d'abord par la probabilité conditionnelle à l'occasion d'une recherche purement mathématique, le concept de dépendance stochastique change de forme, et on n'obtient en fait qu'une version très affaiblie, puisque très générale et qui plus est atemporelle, de la causalité : c'est ce qu'on a pu lire dans Laplace,

(2) B. de Finetti, *op. cit.*, p. 161.

si:

$P(B) \leq P(C) \Leftrightarrow B \leq. C.$

On dit qu'elle est presque compatible avec celle-ci si :

$B \leq. C \Rightarrow P(B) \leq P(C).$

[Il peut arriver que $P(B) = P(C)$ bien que $B <. C$].

Savage montre que certaines conditions sur ≤. assurent l'existence d'une mesure de probabilité strictement compatible avec la probabilité qualitative construite précédemment ; il montre ensuite l'existence d'une mesure de probabilité conditionnelle quantitative strictement compatible.

Le quatrième niveau du modèle est consacré à la déduction de l'existence d'une fonction d'utilité, au sens de von Neumann et Morgenstern. Alors seulement un acte sera l'objet d'une moindre préférence qu'un autre, si l'espérance mathématique de son utilité est plus petite que l'espérance mathématique de l'autre ; et la comparaison des actes sera celle des espérances de leurs utilités.

La reconstruction de la démonstration de Savage fait apparaître que l'ordre des déductions se superpose à un ordre des significations, si bien que le groupement selon le sens des propositions : choix parmi les actes, probabilité qualitative, probabilité quantitative et utilité, commande les étapes mêmes de la démonstration mathématique[1]. L'existence d'une fonction d'utilité se déduit de celle de la probabilité conditionnelle quantitative compatible, laquelle est déduite de la probabilité qualitative, et, finalement, de la préférence conditionnelle sur les actes.

Pour justifier la notion de probabilité conditionnelle, il fallait donc construire un modèle du comportement, un modèle de *l'homo rationalis œconomicus*. Il suffit à celui-ci de se conformer aux exigences de la cohérence, de l'invariance, etc., pour se comporter comme s'il disposait d'une mesure de probabilité qui, d'une part, transforme l'information vague sur les événements élémentaires en une distribution de probabilités *a priori*, au terme de laquelle, d'autre part, le choix revient à maximiser l'es-

(1) Rashed, 1972.

un préordre complet des choix conditionnels sur les actes.

Grâce à un troisième axiome, ce préordre conditionnel va induire un préordre sur les conséquences, ce qui permet de définir ce préordre comme une relation intrinsèque indépendante des états de la nature. A ce premier niveau, on constate le soin pris par Savage pour introduire les choix conditionnels.

Le deuxième niveau du modèle, construit à l'aide de trois axiomes supplémentaires, concerne exclusivement la probabilité qualitative et subjective. Savage procède en fait par l'analyse de la notion intuitive selon laquelle « un événement n'est pas plus probable qu'un autre ». Son intention est d'attribuer un acte à chaque événement par un système de primes. Or, si cette association d'un événement et d'un acte permet de définir un préordre sur les actes, on veut que ce préordre ne dépende nullement du montant des primes. Savage définit alors une probabilité qualitative sur les événements $\leq.$ Pour B, C, D... événements

1) $\leq.$ est un préordre complet ;

2) $B \leq. C \Leftrightarrow B \cup D \leq. C \cup D$ lorsque $B \cap D = C \cap D = \emptyset$;

3) $\emptyset \leq. B$; $\emptyset <. S$.

Savage montre ensuite que la relation «$\leq$» sur les événements est une probabilité qualitative.

Le troisième niveau du modèle est entièrement consacré à la probabilité quantitative sur les événements. Pour achever cette étape, Savage n'a recours qu'aux six axiomes déjà introduits, et aux résultats obtenus précédemment. Il définit une *probabilité quantitative*, ou *mesure de probabilité*, comme une fonction d'ensemble P(B) associant à tout $B \subset S$ un nombre réel tel que:

1) $P(B) \geq 0, P(S) = 1$;

2) Si $B \cap C = \emptyset$, $P(B \cup C) = P(B) + P(C)$.

Il est clair que toute probabilité quantitative permet de définir une probabilité qualitative sur les événements, alors que l'inverse n'est pas vrai. Rappelons que la mesure de probabilité P est dite (strictement) compatible avec la probabilité quantitative $\leq$

noullien (relativement à D. Bernoulli). Mais, pour achever la construction, il reste à montrer rigoureusement que toute probabilité quantitative nous permet de définir une probabilité qualitative sur les événements ; et, réciproquement, qu'à partir d'une probabilité qualitative remplissant certaines conditions, on montre l'existence d'une probabilité quantitative compatible avec la première.

Il ne nous est pas possible de reprendre ici le modèle de Savage. Insistons simplement sur ses principales articulations. Commençons par rappeler les notions primitives :

S d'éléments $s, s', \ldots$ — les états de la nature,
F d'éléments $f, g, h, \ldots$ — les conséquences,
$\bar{F}$ *d'éléments* $\bar{f}, \bar{g}, \bar{h}, \ldots$ — applications de $S \to F$ les Actes
$\leq$ relation binaire de préférence ; se lit « non préféré à... ».

Le premier niveau du modèle, construit grâce à trois axiomes, concerne exclusivement les choix parmi les actes. Savage suppose à ce niveau que le sujet a toujours le choix entre plusieurs actes, et que ces choix sont transitifs. Même dans le cas où l'équivalence entre deux actes interdirait le choix, il suffirait d'associer une prime ou une bonification infinitésimale aux conséquences de l'un d'eux pour lui assurer la préférence du sujet ; cette préférence demeurerait par la suite consistante. La sensibilité du sujet à toute croissance, si petite soit-elle, de son revenu, reste en dernière analyse la justification la plus vraisemblable, selon Savage, de la possibilité de la décision et de sa consistance.

Le premier axiome pose donc l'existence d'un préordre complet sur l'ensemble des actes, ce qui signifie que la relation $\leq$ « non préféré à », est un préordre complet sur les actes

[on dira $\bar{f}$, est indifférent à $\bar{g}$, noté $\bar{f} \approx \bar{g}$ si $\bar{f} \leq \bar{g}$ et $\bar{g} \leq \bar{f}$].

Le précédent préordre va induire un préordre conditionnel, un préordre sur les actes dans le cas d'une information partielle, c'est-à-dire lorsqu'on sait que l'événement B s'est réalisé. Savage introduit un deuxième axiome pour définir ($\bar{f} \leq \bar{g}$) comme

de « conditionnel ». Rényi l'a poursuivie en termes trop généraux pour être vraiment efficaces ; et le problème de la causalité est évoqué d'une manière à ce point informe qu'il cesse d'être pertinent.

Sur le plan intuitif, une justification de la probabilité conditionnelle devrait, dès le départ, rendre compte de l'information fournie par la réalisation d'un événement, qui modifie notre connaissance de l'autre ou des autres qui en dépendent ; ou encore, il lui faudrait montrer comment cette information modifie l'ensemble des événements Ω, de manière à en supprimer toutes les épreuves incompatibles avec cette même information. Or l'étude de cette justification est étroitement liée aux recherches sur le comportement d'inférence, ou « le comportement inductif », selon l'expression de de Finetti, c'est-à-dire « qui dénote une sorte de conduite qui prend en compte ce qui est arrivé dans le passé »[1]. 1. L'exemple le plus célèbre reste celui de L. Savage.

Dans *The Foundation of statistics*[2], Savage cherche délibérément à construire un modèle de l'homme rationnel devant l'incertain, pour poser le problème de l'inférence statistique. Il veut en effet montrer que, si une personne procède toujours à un choix parmi des actes possibles, compte tenu de l'incertitude, et si les choix vérifient certains axiomes, dits de rationalité, c'est-à-dire de cohérence, d'invariance, etc., elle ne fait qu'associer, d'une manière implicite, des nombres aux événements réalisables, ces nombres possèdent toutes les caractéristiques des probabilités subjectives. Ces probabilités étant ainsi « révélées », il est possible de calculer le choix que ferait l'individu entre certains actes simples; et même, en admettant un nouvel axiome, de construire une fonction d'utilité, ramenant tout choix entre des actes quelconques à une comparaison entre les utilités associées. C'est là, en fait, on le verra, un modèle de comportement bayesien et ber-

(1) B. de Finetti, *op. cit.*, p. 162.

(2) Publié en 1954 chez J. Wiley, et en 1971 chez Dover. Cf. également notre analyse de la contribution de Savage, « La mathématisation des doctrines informes dans la science sociale » (Rashed, 1972).

« conditions », Rényi ne semble pas désigner la catégorie d'épreuve uniquement, mais, bien plus, une « généralisation du principe de causalité » : « Toutes les circonstances qui peuvent, dans leur totalité, influencer un phénomène déterminent la cause de ce phénomène de manière non univoque; quand, cependant, seulement une partie de ces circonstances est connue, alors la cause du phénomène n'est pas, en général, fixée d'une manière non équivoque; mais il y a plusieurs possibilités, chacune d'elles ayant une certaine probabilité. »[1] Dans ces conditions, le point de départ de Rényi est clair : « Les probabilités sont toutes conditionnelles ; quand les conditions sont bien connues et invariables, elles ne sont pas mentionnées du tout. Mais si les conditions changent, cela doit être considéré aussi bien. Ainsi l'expression "probabilité conditionnelle" est en fait un pléonasme, tout comme l'expression "un homme mortel", puisqu'on sait que tout homme est mortel. Toutefois, pour éviter les malentendus, il est toujours commode de parler de probabilités conditionnelles si les conditions sont variables. »[2]

Ces quelques phrases suffisent à montrer que, pour le probabiliste, si la probabilité conditionnelle est justifiée dans les termes généraux d'un principe de causalité, elle se présente comme mesure de la dépendance en fonction de la variation des causes et de notre pouvoir de les connaître. Aussi n'est-il guère surprenant que le parti pris objectiviste masque une interprétation subjectiviste que Rényi ne parvient pas à éliminer.

Nous avons compris que la notion de « probabilité conditionnelle » est celle qui empêche de réduire le calcul des probabilités à l'analyse ; mais nous avons également vu que cette notion, dans l'exposé de Rényi par exemple, s'impose à l'heure de la solution d'un problème technique ; enfin, nous avons pu noter que l'écart entre la maîtrise mathématique du concept et une certaine indétermination sémantique de celui-ci a exigé du mathématicien qu'il approfondisse l'élucidation philosophique du sens

(1) *Ibid.*, p. 44.
(2) *Ibid.*, p. 32.

Ax. 2 Soit $B \in \mathcal{B}$ quelconque donné, $P(A \mid B)$ est une mesure, c'est-à-dire :

si $A_n \in \mathcal{A}$ ($n = 1, \ldots$) et $A_j A_k = \emptyset$ pour $j \neq k$ ($j, k, = 1, 2, \ldots$), on a

$$P\left(\sum_{i=1}^{\infty} A_n \mid B\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_n \mid B).$$

Ax. 3 Si $A \in \mathcal{A}$, $B \in \mathcal{A}$, $C \in \mathcal{B}$ et $BC \in \mathcal{B}$, on a

$$P(A \mid BC) \cdot P(B \mid C) = P(A \mid C)].$$

Si ces trois axiomes sont satisfaits, on a alors l'espace des probabilités conditionnelles $[\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{B}, P(A \mid B)]$.

Ici, mais à un autre niveau, le concept de probabilité conditionnelle se trouve introduit comme concept de base destiné à résoudre mathématiquement un problème mathématique : celui des mesures non bornées. Mais il demeure dans ce concept un résidu de sens indéterminé qui a incité Rényi à se convertir en philosophe et à écrire un dialogue philosophique[1] qui met en scène une correspondance scientifique imaginaire entre Pascal et Fermat, en pur style du XVIIe siècle. Dans ce dialogue, il justifie sa démarche par un nouvel axiome, qu'il nomme l'axiome de probabilité objective, et qui n'est en fait, selon ses propres termes, que « l'axiome de la causalité, selon lequel toutes les causes qui influencent ensemble un phénomène déterminent exactement la cause du phénomène, et les mêmes causes déterminent toujours les mêmes effets »[1]. Quant à la probabilité conditionnelle, Rényi affirme qu'elle ne diffère pas fondamentalement de la probabilité simple. La raison en est, selon ses propres termes, la suivante : « La probabilité d'un événement quelconque dépend des conditions relativement auxquelles sa réalisation ou sa non-réalisation est observée. »[2] Or, par le terme

(1) A. Rényi, *Letters on probability*, Detroit, Wayne State University Press, 1972.

(2) *Ibid*, p. 43 - 44.

Mais cette définition de la probabilité conditionnelle a fait surgir une difficulté. Voici ce qu'écrit de Finetti à ce propos : «Il semble n'y avoir aucune justification de l'utilisation du théorème de la probabilité composée comme définition de la probabilité conditionnelle, pas plus que de l'introduction de la restriction $P(B) \neq 0$.»[1] Si on accepte cette critique de de Finetti, on pourra ainsi avoir $P(A|B) = 0/0$, indéterminé. Plus généralement, dans certains problèmes de probabilités, on rencontre des mesures non bornées, alors que la théorie de Kolmogorov ne reconnaît qu'une mesure bornée normée par la condition $P(\Omega) = 1$.

Le problème peut être exprimé de la manière suivante : des mesures non bornées peuvent être utilisées pour calculer la probabilité conditionnelle comme quotient des valeurs d'une mesure non bornée de deux ensembles (le premier est contenu dans le second) et de cette manière nous pouvons obtenir des valeurs raisonnables, qui n'excèdent pas 1. C'est la raison pour laquelle les mesures non bornées peuvent être utilisées avec succès pour le calcul des probabilités conditionnelles ; mais, comme l'emploi de ces mesures ne peut trouver sa justification dans la théorie de Kolmogorov, il va falloir généraliser cette théorie. Il semble bien que Kolmogorov lui-même a pensé à cette généralisation ; mais c'est un autre mathématicien, A. Rényi, qui l'a tentée en 1954.

Pour généraliser la théorie de Kolmogorov, Rényi[2] a précisément donné la primauté au concept de probabilité conditionnelle, et énonce ce système d'axiomes:

Soient $\Omega, \boldsymbol{A}$: σ-algèbre sur Ω, $\boldsymbol{B} \subset$ A.

Ax. 1 $P(A | B) \geq 0$ si $A \in \boldsymbol{A}$ et $B \in \boldsymbol{B}$.

De plus

$P(B | B) = 1$ si $B \in \boldsymbol{B}$.

(1) Bruno de Finetti, *Probability, induction and statistics*, Londres, J. Wiley, 1972, p. 82.

(2) A. Rényi, « On a new axiomatic theory of probability », *Acta Math. Acad. Sci. Hungaricoe* 6 (1955), p. 285-334.

1 / Quels sont les événements, c'est-à-dire les objets, supposés probables ?

3 / Quel type de fonction sur les événements devrait être la probabilité ?

La réponse qui va rallier la majorité des mathématiciens consistait à répondre à la question « des objets supposés probables » par l'algèbre de Boole, et à celle du « type de fonction» par la théorie borélienne de la mesure, et plus spécifiquement par la théorie de Lebesgue. Cette réponse, chacun sait qu'elle fut celle de A. N. Kolmogorov en 1933[1], mais cette histoire ne nous concerne pas ici. Rappelons cependant, en termes équivalents, qu'il s'agit, pour un ensemble Ω d'événements, de définir une δ-algèbre sur Ω qui le transforme en un espace mesurable ; la probabilité ne sera alors rien d'autre qu'une mesure positive de masse 1.

A partir de cette date, la théorie des probabilités ne s'attache, comme l'écrit Doob, qu'aux « propriétés de mesure des différents espaces et [aux] relations mutuelles des fonctions mesurables définies sur ces espaces »[2] ; ou encore, « la théorie des probabilités est simplement une branche de la théorie de mesure, avec une insistance particulière et un domaine particulier d'application »[3].

Ce point de vue est un acquis définitif depuis l'axiomatique de Kolmogorov. Une notion cependant demeure qui empêche de réduire complètement - sur le plan sémantique - la théorie des probabilités à l'analyse : c'est la notion de conditionnement, même si celle-ci se ramène syntactiquement à la désintégration des mesures; Kolmogorov lui-même introduit[4] la probabilité conditionnelle à partir du théorème des probabilités composées (et le théorème de Bayes à partir du théorème des probabilités totales). Il écrit alors (1) avec $P(B) \neq 0$.

(1) Il s'agit de *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitrechnung*, publié en 1933 dans les *Ergebnisse der Mathematik* traduit en anglais en 1950 : *Foundations of the Theory of Probability*, Chelsea, NY.

(2) J. L. Doob, *Stochastic Processes*, Londres, J. Wiley, 2.

(3) *Ibid.*, *V.*

(4) Op. cit. (trad. anglaise), p. 6.

II

Reprenons le même problème, mais cette fois à partir des études axiomatiques des probabilités, pour pouvoir l'examiner dans des situations mieux contrôlées syntactiquement. Il s'agit de savoir comment se présente la notion de dépendance stochastique dans de telles études, et comment elle se justifie.

La nécessité d'un exposé axiomatique s'est fait jour au début de ce siècle, beaucoup moins pour résoudre les paradoxes du calcul des probabilités, qu'affectionnait J. Bertrand, par exemple, que pour rendre compte des nouvelles applications de ce calcul en mathématiques et en physique, et en raison de la multiplicité et de la richesse des résultats obtenus depuis Laplace. L'axiomatisation devient en fait un mot d'ordre lancé par Hilbert au Congrès de Paris, en 1901, sixième problème. Voici ce que disait Hilbert : « Les recherches sur les principes fondamentaux de la géométrie nous conduisent à envisager ce problème : traiter sur ce modèle les branches de la physique où les mathématiques jouent un rôle aujourd'hui prépondérant ; ces branches de la science sont, avant toutes autres, le calcul des probabilités et la mécanique.

« Quant aux axiomes du calcul des probabilités, il me semblerait très désirable que l'on en fît la discussion en même temps qu'en physique mathématique, on développerait parallèlement d'une manière rigoureuse et satisfaisante la méthode des valeurs moyennes, et cela tout particulièrement dans la théorie cinétique des gaz » (p. 81).

Hilbert se fait ainsi l'écho d'un mouvement alors à peine perceptible, mais qui va en s'amplifiant sur un demi- siècle. Il cite lui-même Bohlman (1900). On peut ajouter A. Wiman (1900, 1901), ainsi que d'autres tentatives qui ne tarderont pas à succéder à celles-ci: E. Borel (1905), S. N. Bernstein (1917), R. von Mises (1919), A. Lomnicki (1923), H. Steinhaus (1923), etc. Les différentes axiomatiques doivent toutes répondre à deux questions que l'on peut ainsi formuler :

Pour Condorcet, la méthode de Bayes fournit à la doctrine de croyance ou de crédibilité une mesure précise, un moyen opératoire pour décider parmi les différents jugements[1]. Cette mesure opère de la manière suivante :

1 /que si la probabilité d'un événement est plus grande que celle de l'événement contraire, nous avons un motif de croire que l'événement arrivera, plutôt que de croire qu'il n'arrivera pas;
2 /que plus la probabilité de l'événement l'emporte sur celle de l'événement contraire, plus ce motif doit être puissant;
3 /qu'il croît proportionnellement à cette probabilité.

Condorcet affirme cependant que ces propositions ne sont pas indépendantes, et que l'on peut déduire les deux dernières de la première. L'analyse détaillée de la pensée de Condorcet révèle qu'il s'agit d'un problème d'*estimation*, que l'on peut résoudre par la formule (*). Quant à la nature de ce motif, Condorcet écrit: « Si nous examinons à présent quel motif nous avons à croire d'après cette *probabilité*, nous trouverons que c'est le même qui nous porte à croire qu'un fait arrivé constamment continuera d'arriver encore. Mais ce motif est celui qui nous fait admettre ce principe général, que les événements naturels sont assujettis à des lois constantes, puisque nous ne pouvons fonder cette opinion que sur l'observation de l'ordre des événements passés, et de la supposition qu'il continuera d'être le même pour les événements futurs. »[2]

Cette contribution de Condorcet, brièvement évoquée ici, influencera les probabilistes ensuite, y compris Laplace.

---

(1) Condorcet, *Essai...*, *op. cit.*, p. 83-85 de l'Introduction.

(2) Cf l'article « Probabilité », dans *l'Encyclopédie méthodique*, rédigé par Condorcet, Paris, 1785, p. 651.

suffrage, ou plus exactement du comportement d'un *homo suffragans*, défini par les notions de la doctrine contractualiste de la société et de son origine. Dans son *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix* (1785), Condorcet veut fonder une nouvelle science, dont l'objet est les conditions de la décision par rapport à la confiance que l'on peut lui accorder. Il s'agit, comme l'écrit Condorcet, de chercher « quelle confiance plus ou moins grande mérite le jugement d'assemblées plus ou moins nombreuses, assujetties à une pluralité plus ou moins forte, partagées en plusieurs corps différents ou réunies en un seul, formées d'hommes plus ou moins éclairés »[1]. L'idée de Condorcet est en effet la suivante : de même que *l'homo suffragans*, sujet de la science, doit décider conformément à la vérité avec une certaine probabilité, de même le sujet de la connaissance utilisera désormais le calcul des probabilités pour évaluer la confiance qu'il faut attribuer à la composition majoritaire des décisions des suffrageants.

Condorcet procède alors par la construction de différents modèles, selon que *l'homo suffragans* se conduit ou non conformément à ses propres normes, c'est-à-dire conformément ou non à la situation naturelle du renouvellement du pacte social : libre, et égal à tous, il ne reçoit guère plus qu'il ne donne, et son seul moyen d'entrer en rapport avec les autres est le vote. Ce n'est pas ici le lieu de reproduire la démarche de Condorcet[2]; rappelons simplement que la variable toujours étudiée est la suivante : la probabilité qu'une décision rendue à une pluralité donnée soit vraie; ce qui ramène au schéma de Bayes.

Mais, afin que ce schéma épouse la conduite de *l'homo suffragans*, Condorcet s'est efforcé d'élaborer une doctrine de psychologie rationnelle, la doctrine du « motif de croire ». Aussi naïve, aussi arbitraire soit-elle, elle pose pour la première fois le problème de la conduite d'inférence alors décrite dans les termes d'une psychologie de la raison.

(1) *Essai..., op. cit.*, IV.

(2) Cf. Granger, 1956, p. 102 s.; et R. Rashed, 1974, p. 64 s.

«Les causes sont pour nous des accidents qui ont accompagné ou précédé un événement observé. Le mot n'implique pas qu'au sens philosophique l'événement soit un effet produit par la cause. Pierre a parié d'amener avec trois dés un point supérieur à 16 ; il a gagné : tel est l'événement. Le point amené peut être 17 ou 18 : telles sont les causes possibles du succès.»[1] L'affirmation de Bertrand est vraie tant que, par des analogies sinon des métaphores, on assimile le phénomène à un tirage dans une urne de composition inconnue. Telle était, en tout cas, la situation dans le mémoire de 1774, malgré son titre suggestif.

Il semble donc que l'introduction de la notion de dépendance stochastique ait été naturellement suscitée, au cours de la solution mathématique de problèmes mathématiques. La terminologie causale à laquelle recourait Laplace, outre qu'elle était équivoque, se réduisait très rapidement à la notion, très générale, de dépendance stochastique. Rien encore ne suggérait une problématique de l'induction ou de l'inférence.

Cette problématique ne tarda cependant pas à se poser, lorsqu'on tenta de recourir aux schémas probabilistes, et surtout au schéma bayesien, pour décrire, localement au moins, le comportement d'un phénomène naturel ou considéré comme tel; il s'agit de ces tentatives pour donner un contenu particulier aux schémas du calcul, et pour transformer ainsi la mathématique du probable en une science où intervient le probable. Or c'est précisément là que nous rencontrons les véritables interprétations de ces schémas, qui, en eux-mêmes, sont neutres par rapport à toute interprétation. Mais, sans tarder, va se constituer une complexité, dont les éléments sont très difficiles à démêler: le problème de la causalité, le problème de l'inférence, et le débat sur les fondements.

C'est à Condorcet[2] que revient la première interprétation du théorème de Bayes ; il l'a utilisé pour construire des modèles du

(1) J. Bertrand, *Calcul des probabilités,* Paris, 2e éd., 1907, p. 138-139.

(2) Nous avons montré dans *Condorcet. Mathématique et Société,* Rashed, 1974, que c'est avec Condorcet que se pose la problématique de l' « estimation ». Nous reprenons ici cette argumentation.

A la lecture de ce mémoire, une conclusion s'impose : Laplace a retrouvé (6), le cas de Bayes, grâce aux moyens de l'analyse, et donc avec une notation plus commode et des idées plus claires. Il n'en reste pas moins que sa principale préoccupation était d'obtenir (7), avec tous les calculs qui s'imposent.

Pour mieux comprendre ce travail achevé en 1773, il nous faut rappeler quelques faits historiques. Laplace en était alors à ses débuts, il n'avait que 24 ans. Entre 1770 et 1774, il a fait paraître trois mémoires dont le titre indique clairement ce qu'il poursuivait: [1] *Sur les suites récurrentes appliquées à la théorie des probabilités* (1772) ; [2] *Recherches sur l'intégration des équations différentielles aux différences finies et sur leur application à l'analyse des hasards* (1772-1773) ; et enfin [3] le *Mémoire sur les probabilités des causes*, rédigé en 1773. Les deux premiers mémoires sont consacrés aux équations aux différences finies - leur intégration, leur développement en série récurrente ou récurro-récurrente selon le cas. Dans tous ces mémoires, Laplace ne vise rien d'autre qu'à améliorer ou à inventer les moyens mathématiques nécessaires à la théorie des probabilités, pour sa constitution, ainsi qu'il l'écrira lui-même plus tard, comme théorie analytique. Ce programme amorcé avec Jacques Bernoulli et Abraham de Moivre prend donc ici toute son extension.

Notons d'autre-part que, tout comme Bayes, Laplace prend la densité *a priori* égale à 1 ; de même que son prédécesseur, il suppose donc que les probabilités sont *a priori* égales, et réduit cette égalité à notre ignorance. Alors que Bayes écrivait : « I have no reason to think that... », Laplace notait : « ... on ne voit aucune raison qui rende l'un plus probable que l'autre... ». L'un comme l'autre considèrent la probabilité d'une cause comme une variable aléatoire à valeur dans [0, 1], à laquelle on associe une fonction de répartition *a priori* qui définit une densité ; mais l'assimilation de la probabilité d'une cause à une variable aléatoire a rapidement soulevé discussions et critiques.

Que signifie au juste « cause » dans le mémoire de Laplace ? C'est en vain que l'on chercherait une définition. Un siècle un quart plus tard, Joseph Bertrand écrivait encore à ce propos :

Après avoir montré que la probabilité de tirer de l'urne p billets blancs et q noirs est, dans ce cas :

$x^p (1-x)^q$,

Laplace applique son principe et trouve que la probabilité que le vrai rapport soit entre entre x et $x + dx$ est :

$$(4) \quad \frac{x^p (1-x)^q \, dx}{\int_0^1 x^p (1-x)^q \, dx}$$

Laplace déduit de (4) la probabilité que le nouveau billet tiré soit blanc

$$(5) \quad \frac{\int_0^1 x^{p+1} (1-x)^q \, dx}{\int_0^1 x^p (1-x)^q \, dx}$$

Si maintenant nous intégrons (4) entre $a \leq x \leq b$, nous obtenons la probabilité que x, le vrai rapport entre le nombre de billets blancs et le nombre total de billets, se trouve entre a et b, sachant que l'on a tiré p billets blancs et q noirs :

$$(6) \ \mathrm{P}\,[a \leq x \leq b \mid p \text{ blancs et } q \text{ noirs}] = \frac{\int_a^b x^p (1-x)^q \, dx}{\int_0^1 x^p (1-x)^q \, dx}$$

Laplace obtient ainsi le cas de Bayes. Il ne s'arrête cependant pas là ; en généralisant (6), il obtient :

(7) $\mathrm{P}\,[m \text{ blancs et } n \text{ noirs} \mid p \text{ blancs et } q \text{ noirs}]$

$$= \frac{\int_0^1 x^{p+m} (1-x)^{q+n} dx}{\int_0^1 x^p (1-x)^q dx}$$

Si l'on ne tient pas compte de l'ordre du tirage des $(m + n)$ billets, on doit multiplier par le coefficient binomial correspondant, ici : $\binom{m+n}{m}$ ce qui sera ensuite explicité par Condorcet[1].

(1) Condorcet, *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, Paris, 1785, p. 187- 189.

« tous les problèmes qui dépendent de la théorie des hasards ». Dans un cas l'événement qui nous intéresse est incertain, mais la cause dont dépend la probabilité de son existence est connue, et dans l'autre cas l'événement est connu et la cause inconnue[1]. On reconnaît dans ce texte le problème direct et le problème inverse. Pour traiter le second - l'événement est connu et la cause inconnue - Laplace établit le principe suivant : « Si un événement peut être produit par un nombre n de causes différentes, les probabilités de l'existence de ces causes prises de l'événement sont entre elles comme les probabilités de l'événement prises de ces causes, et la probabilité de l'existence de chacune d'elles est égale à la probabilité de l'événement prise de cette cause, divisée par la somme de toutes les probabilités de l'événement prises de chacune de ces causes. »[2] En d'autres. termes, Laplace établit les deux résultats suivants :

$$(2)\quad \frac{P(C_i \mid E)}{P(C_j \mid E)} = \frac{P(E \mid C_i)}{P(E \mid C_j)}$$

$i, j \in \{1, \ldots, n\}$; $i \neq j$.

$$(3)\quad P(C_i \mid E) = \frac{P(E \mid C_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(E \mid C_j)}$$

Notons que Laplace est le premier à formuler le théorème de Bayes dans le cas discret ; il suppose que les probabilités *a priori* sont égales.

Laplace applique ensuite son principe pour résoudre le problème suivant : « Si une urne renferme une infinité de billets blancs et noirs dans un rapport inconnu, et que l'on tire $p + q$ billets dont p soient blancs et q soient noirs ; on demande la probabilité qu'en tirant un nouveau billet de cette urne il sera blanc.»[3]

(1) *Ibid., p.* 29.
(2) *Ibid.*
(1) *Ibid., p.* 30 s.

A la suite du renouvellement du problème de l'induction, maints auteurs ont trouvé dans ce *Mémoire* de Bayes la première tentative, sinon d'une théorie exacte et quantitative de l'induction, tout au moins de l'inférence statistique. Lisons par exemple ce qu'écrit sir R. A. Fisher : « Que lui (Bayes) semble avoir été le premier en Europe, à voir l'importance de développer une théorie exacte et quantitative du raisonnement inductif, et d'argumenter à partir des faits d'observation jusqu'aux théories qui doivent les expliquer, suffit sûrement à lui donner une place dans l'histoire des sciences.»[1]

Tout ce que l'on peut dire en revanche est que la notion de probabilité conditionnelle a été introduite par surcroît et sans bruit au cours de la solution d'un problème technique ; que Bayes ne cherche pas, explicitement tout au moins, à poser le problème de l'inférence statistique; et qu'enfin la formulation discrète du théorème de Bayes ne se trouve pas dans son *Mémoire*. La situation sera-t-elle différente dans le *Mémoire* de Laplace, onze ans plus tard, en 1774 ? On serait enclin à le penser, si l'on se fie au titre et à la terminologie. Il nous faut cependant examiner ce texte que Laplace rédigea avant de subir l'influence de Condorcet.

Dans ce mémoire de 1774 intitulé *La probabilité des causes par les événements,* Laplace se propose de « déterminer la probabilité des causes par les événements, matière neuve à bien des égards, et qui mérite d'autant plus d'être cultivée que c'est principalement sous ce point de vue que la science des hasards peut être utile pour la vie civile»[2]. Il ne faut cependant pas se méprendre sur cette dernière affirmation de Laplace : l'idée d'une utilité du calcul des probabilités pour la vie civile était l'apanage des probabilistes depuis J. Bernoulli, Montmort et N. Bernoulli ; mais elle n'est liée à aucun projet précis.

Dès le commencement de son mémoire, Laplace distingue nettement entre deux classes auxquelles peuvent être ramenés

(1) R. A. Fisher, *The design of experiments,* Londres, 1960, p. 6.

(2) Cf. *Œuvres complètes de Laplace*, Paris, 1841, t. VIII, p. 28.

$$(*)\ \frac{\int_a^b \binom{n}{p} x^p (1-x)^q \, dx}{\int_0^1 \binom{n}{p} x^p (1-x)^q \, dx}$$

x est la probabilité *a priori* de l'événement E.

Notons que Bayes ne considère qu'une seule valeur de x tirée d'une distribution uniforme sur [0, 1], et qu'une suite d'épreuves de Bernoulli a été engendrée avec une probabilité x. Or, l'examen du *Mémoire* de Bayes montre que l'auteur entend résoudre un problème strictement mathématique : inverser le théorème de Bernoulli. Jacques Bernoulli avait en effet démontré que si l'on suppose connue la probabilité d'un événement E, on peut évaluer la fréquence de la réalisation de E, de sorte que cette valeur de la fréquence peut être aussi voisine que l'on veut de la probabilité de E. Autrement dit, si $\varepsilon > 0$ quelconque donné :

$$p \left\{ \left| \frac{r_n}{n} - p \right| < \varepsilon \right\} \rightarrow 1 \text{ quand } n \rightarrow \infty$$

r_n est le nombre de réalisations de E dans n épreuves indépendantes (une forme de loi des grands nombres, qui sert de base à la notion intuitive de la probabilité comme mesure de la fréquence relative)[1].

(1) Voici ce qu'écrit Jacques Bernoulli : « Soit donc le nombre des cas favorables aux cas défavorables, précisément ou approximativement, dans un rapport r/s et tel qu'il soit au nombre total des cas dans un rapport $\frac{r}{r+s}$ ou $\frac{r}{t}$ contenu dans les limites $\frac{r+1}{t}$ et $\frac{r-1}{t}$. Il faut donc montrer qu'il est possible de procéder à des épreuves en nombre tel que sur un certain nombre de répétitions, par exemple *c*, il apparaît vraisemblable que le nombre des observations favorables doit tomber plutôt à l'intérieur de ces limites qu'à l'extérieur. C'est-à-dire que le nombre des observations favorables au nombre total doit être dans un rapport inférieur ou égal à $\frac{r+1}{t}$ et supérieur ou égal $\frac{r-1}{t}$ *Ars Conjectandi*, 1973, p. 236.

ses interprétations. Il aurait fallu pour être complet - ce à quoi nous ne prétendons nullement ici - revenir à l'histoire de la statistique et aux différentes applications du calcul des probabilités.

I

Dans son *Essay towards solving a problem in the doctrine of chances*, publié en 1763 - deux ans après sa mort - Bayes pose le problème suivant : « *donné* le nombre des réalisations et des non-réalisations d'un événement inconnu ; *demandé* la chance pour que la probabilité de la réalisation de cet événement dans une seule épreuve se trouve entre deux degrés de probabilités que l'on peut nommer »[1]. Par le terme « chance », Bayes souligne qu'il ne veut signifier rien d'autre que la probabilité. Le problème consiste donc pour lui à déterminer la probabilité pour que P(E) - la probabilité de la réalisation de l'événement E - soit dans un intervalle $[a, b] \supset [0, 1]$, c'est-à-dire $P(a \leq P(E) \leq b)$, connaissant la fréquence de E pour une suite de répétitions de l'épreuve.

Bayes donne la solution de ce problème - comme l'a déjà noté Todhunter[2] - en termes de rapports entre les aires sous les courbes, et n'utilise nullement le langage des intégrales. Dans une autre notation que celle de Bayes, on peut ainsi réécrire sa réponse

$P[a \leq x \leq b \mid$ E a eu lieu p fois dans $p + q = n$ épreuves$] =$

(1) Bayes, *An Essay towards solving a problem in du doctrine of chances* (communicated by M. Price), Philosophical Transactions, 1763, 1764.

(2) I. Todhunter, *A History of the Mathematical Theory of Probability*, 1865; reproduit par Chelsea, NY, 1949, p. 295.

Ainsi, P. Suppes[1], à qui l'on doit l'une des dernières réactivations, commence par définir la cause *prima facie*[2] qui ne fait que traduire l'idée intuitive que l'information relative à l'événement B change notre manière de parier sur l'événement A : c'est-à-dire que P A (B) > P (A). Lorsqu'en effet on a P (A B) = P(A), l'information relative à la réalisation de B ne permet aucune inférence sur celle de A. P. Suppes exige en plus que l'événement B ait une probabilité positive. Dans ce cas on peut en effet écrire, pour un événement quelconque A

$$(1)\ P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

formule de la probabilité conditionnelle.

C'est là un exemple de cette démarche qui transforme le problème général de la causalité en rapport avec les probabilités conditionnelles, en celui historiquement déterminé de la dépendance stochastique, et du théorème de Bayes.

Pour mieux élucider ce problème de la causalité conditionnelle ainsi que son assimilation au problème historique évoqué, il nous faut savoir quand eut lieu cette assimilation et qui en fut l'auteur; il nous faut l'expliquer ainsi que ses changements de sens, pour ensuite localiser cette indétermination sémantique.

Nous devons donc revenir au terrain mouvant de l'histoire du calcul des probabilités, ou tout au moins à deux de ses moments importants : lorsque fut formulé pour la première fois ce concept de probabilité conditionnelle, en liaison avec l'élaboration du théorème de Bayes; puis, aux premières axiomatiques en calcul des probabilités, et à leurs effets sur le statut de ce concept et sur

(1) P. Suppes, *Probabilistic Metaphysics*, NY, 1984. D'autres livres ont paru depuis sur ce thème, où les auteurs développent selon les règles de la « scolastique moderne » la discussion engagée par P. Suppes.

(2) *Ibid.*, p. 47 s. Rappelons seulement ici la définition donnée par Suppes : « Un événement B est une cause *prima facie* d'un événement A si et seulement si : (i) B a lieu plus tôt que A, (ii) la probabilité conditionnelle de la réalisation de A, sachant que B a lieu, est plus grande que la probabilité non-conditionnelle de la réalisation de A. »

raître une indétermination sémantique, en rapport inverse à l'élaboration théorique des notions qui doivent épouser les mathématiques : c'est là que s'impose l'élucidation philosophique. L'application des mathématiques aux sciences sociales, ainsi que certaines applications du calcul des probabilités ont suscité, depuis Condorcet tout particulièrement, ces deux types de situation. On comprend qu'un philosophe des mathématiques et des sciences, préoccupé aussi des problèmes de notre temps, s'intéresse à ces contextes favorables à la philosophie théorique: les sciences sociales et Condorcet. C'est précisément cela qui a retenu l'attention de Gilles-Gaston Granger depuis le début de sa carrière philosophique[1]. Pour aborder toutes ces questions et ces domaines, il a conçu la méthode de l'épistémologie comparative, qui l'a en outre mené à une philosophie vivante et thématique des sciences, l'une des plus historiques qui soient, sans pour autant s'identifier à une philosophie de l'histoire des sciences, ni même se réclamer directement de la pratique de l'historien des sciences.

Il nous a donc paru opportun de reprendre ici une question soulevée par le calcul des probabilités et par ses applications, élaborée par Condorcet lorsqu'il formula la mathématique sociale, et abordée en d'autres termes dans plusieurs livres de G. Granger[2] : la causalité en rapport avec les probabilités conditionnelles. C'est là un bon exemple de ce problème évoqué ci-dessus : celui de l'écart entre le modèle et l'interprétation, et de l'irréductibilité d'une certaine indétermination sémantique, qui n'a cessé d'attirer l'attention des mathématiciens et des philosophes depuis la fin du XVIIIe siècle. Tous d'ailleurs ramènent cette question à celle de la dépendance stochastique, c'est- à-dire à celle de la probabilité conditionnelle et au théorème de Bayes.

(1) Parmi les nombreux travaux de G.-G. Granger, on peut d'abord citer ses deux thèses : *Méthodologie économique*, 1955; et *La mathématique sociale du Marquis de Condorcet*, 1956; ainsi que *Pensée formelle et sciences de l'homme*, Aubier, 1960.

(2) Cf. notamment Granger, 1968, et Granger, 1992.

PROBABILITÉ CONDITIONNELLE ET CAUSALITÉ

Un problème d'application des mathématiques

> «..., car le traitement effectif des hypothèses dans le processus de connaissance scientifique n'est pas réductible à du logique pur. »
> G.-G. Granger, *La vérification*, p. 231.

En histoire des mathématiques, et des sciences en général, il est des situations propices au développement de la philosophie théorique. Deux sont particulièrement favorables : la première est provoquée par l'inadéquation, sinon la contradiction, entre les moyens et techniques à la disposition du mathématicien, et les nouveaux objets qu'il devine, plus qu'il ne perçoit, se dessiner au loin, à l'horizon. Que l'on pense à ceux qui, avant toute topologie, voulurent traiter des comportements asymptotiques ; ou encore à ceux qui, en théorie des nombres, affrontaient les problèmes impossibles, armés des seuls moyens élémentaires de la géométrie euclidienne ou de l'algèbre des polynômes. Non moins féconde pour le philosophe : la persistance d'une indétermination sémantique irréductible, situation qu'il n'est pas rare de rencontrer lors de l'application des mathématiques. Le décalage entre le modèle mathématique et son interprétation laisse appa-

Ces contributions brièvement esquissées ici indiquent plusieurs situations où les mathématiciens ont traité de la philosophie des mathématiques. Nous avons vu auparavant d'autres situations où philosophes-mathématiciens et mathématiciens-philosophes contribuent à la philosophie des mathématiques. Ces contributions font à l'évidence partie de l'histoire de la philosophie et de l'histoire des sciences, de l'histoire de la pensée mathématique de l'Islam classique. Oublier ces contributions, c'est à la fois appauvrir l'histoire de la philosophie et tronquer l'histoire des mathématiques.

mesure où personne avant lui, pas même Ibn Sinān, n'avait pensé à concevoir un art analytique fondé sur une discipline mathématique propre. À celle-ci, Ibn al-Haytham consacre un second traité, *Les Connus* (Rashed, 1993d), qu'il avait promis dans son traité sur *L'Analyse et la Synthèse* (Rashed, 1991, p. 68). Lui-même présente cette nouvelle discipline comme celle qui fournit à l'analyste « les lois » de cet art et « les fondements » sur lesquels s'achève la découverte des propriétés, et la saisie des prémisses ; autant dire qu'elle atteint les bases des mathématiques, dont nous avons dit que la connaissance préalable est en effet nécessaire à l'achèvement de l'art de l'analyse : ce sont les notions appelées « les connus » (*ibid.*, p. 58). Observons que, à chaque fois qu'il traite d'un problème de fondement, comme dans son traité *Sur la quadrature du cercle* (Rashed, 1993c, pp. 91-95), Ibn al-Haytham revient à ces « connus ».

Selon Ibn al-Haytham, une notion est dite « connue » lorsqu'elle reste invariable et n'admet pas le changement, que cette notion soit ou non pensée par un sujet connaissant. Les « connus » désignent les propriétés invariables, indépendamment de la connaissance que nous en avons, et demeurent sans changement alors même que les autres éléments de l'objet mathématique varient. Le but de l'analyste, selon Ibn al-Haytham, est précisément d'aboutir à ces propriétés invariables. Une fois atteints ces éléments fixes, sa tâche s'achève, et la synthèse peut alors être engagée. *L'Ars inveniendi* n'est ni mécanique ni aveugle, mais c'est à force d'ingéniosité qu'il doit conduire aux « connus ».

L'art analytique exige donc pour se constituer une discipline mathématique, elle-même à construire. Celle-ci comprend les « lois » et les « principes » de celle-là. L'art analytique ne peut, selon cette conception, se réduire à une quelconque logique, mais sa partie proprement logique est immergée dans cette discipline mathématique. On voit dès lors les limites de l'extension de cet art.

d'aucun doute à leur propos ; et d'un ordre et d'un arrangement tels de ces prémisses, qu'ils contraignent l'auditeur à être convaincu de leurs conséquences nécessaires, et à croire en la validité de ce qui résulte de leur arrangement » *(ibid.)*. L'Art de l'analyse *(Ṣināʿat al-taḥlīl)* fournit la méthode pour obtenir ces syllogismes, c'est-à-dire « de poursuivre la recherche de leurs prémisses, de s'ingénier à les trouver, et de chercher leur arrangement » *(ibid.)*. En ce sens, l'Art de l'analyse est un *ars demonstrandi*. C'est aussi un *ars inveniendi*, dans la mesure où c'est grâce à cet art que l'on est conduit « à découvrir les inconnues des sciences mathématiques et comment procéder pour poursuivre la recherche des prémisses (littéralement « chasser *(taṣayyud)* les preuves »), qui sont le matériau des démonstrations indiquant la validité de ce qu'on découvre des inconnues de ces sciences, et la méthode pour parvenir à l'arrangement de ces prémisses et à la figure de la combinaison » *(ibid.*, p. 38).

Pour Ibn al-Haytham, c'est bien une *Ars* (*teknê*, *ṣināʿat*) *analytica*, qu'il faut concevoir et construire. Or personne, que je sache, n'a avant lui considéré l'analyse et la synthèse comme un art, ou, plus précisément, comme un art double, de la démonstration et de la découverte. Dans le premier, l'analyste *(al-muḥallil)* doit connaître les principes *(uṣūl)* des mathématiques. Cette connaissance doit être soutenue par une « ingéniosité », et par une « intuition formée par l'art *(ḥads ṣināʿi)* ». Indispensable pour la découverte, cette intuition s'avère également nécessaire lorsque la synthèse n'est pas la stricte inversion de l'analyse, mais requiert des données et des propriétés supplémentaires qu'il faudra découvrir. Connaissance des principes, ingéniosité et intuition sont autant de moyens que l'analyste doit posséder pour découvrir les inconnus mathématiques. Reste encore à connaître « les lois » et « les principes » de cet art analytique. Cette connaissance nécessaire est l'objet d'une discipline qui porte sur les fondements mathématiques, et qui traite des « connus ». Elle-même est à construire. Ce dernier trait est propre à Ibn al-Haytham, dans la

les autres restant fixes ; enfin, lors du choix d'une construction auxiliaire. Or plusieurs éléments sont communs à ces différents procédés. Le but, d'abord : on cherche toujours à parvenir, grâce à la transformation et à la variation, aux propriétés invariables de la figure associée à la proposition, celles qui la caractérisent en propre. Or ce sont, précisément, ces propriétés invariables qui sont énoncées dans la figure en tant que proposition. Le second élément est lui aussi relatif au but : variation et transformation sont des moyens de découverte dans la mesure où elles conduisent à ces propriétés invariables. C'est ici qu'intervient l'imagination, force de l'âme capable de puiser dans la multiplicité offerte par les sens, à travers les propriétés variables des figures, les propriétés invariables, les essences des choses. Le troisième élément concerne un rôle particulier de la figure, comme représentation cette fois : celui, maintes fois rappelé par al-Sijzī, de fixer l'imagination, de l'aider dans sa tâche lorsqu'elle puise à la sensation. Le quatrième, non moins important, a trait à cette dualité figure-proposition : il n'y a pas de relation biunivoque. À une même et seule proposition peut correspondre une variété de figures ; de même qu'à une seule figure peut correspondre toute une famille de propositions. Al-Sijzī a d'ailleurs choisi de traiter longuement ce dernier cas. Ces nouveaux rapports entre figure et proposition qu'al-Sijzī, autant que je sache, fut le premier à signaler, exigent que soit pensé un nouveau chapitre de *l'ars inveniendi* : l'analyse des figures et de leurs rapports aux propositions. Or c'est précisément ce qu'al-Sijzī semble avoir inauguré.

Une génération plus tard, Ibn al-Haytham (m. après 1040) conçoit un autre projet : fonder un art scientifique, avec ses règles et son vocabulaire. Ibn al-Haytham commence par rappeler que les mathématiques sont fondées sur les démonstrations. Par démonstration, il entend « le syllogisme qui indique nécessairement la vérité de sa propre conclusion » (Rashed, 1991, p. 36). Ce syllogisme est composé à son tour « de prémisses dont l'entendement reconnaît la vérité et la validité, sans être troublé

méthodes particulières ont en commun l'idée de transformer et de varier aussi bien les figures que les propositions et les procédés de solution. Dans un résumé de son projet, al-Sijzī écrit :

> « Comme l'examen de la nature des propositions *(al-askhāl)* et de leurs propriétés en elles-mêmes ne manque pas de se faire de l'une de ces deux manières : ou bien nous imaginons la nécessité de leurs propriétés en faisant varier leurs espèces, imagination qui puise à la sensation ou à ce qui est commun aux sens ; ou bien en posant ces propriétés et aussi les lemmes qu'elles nécessitent, successivement, par une nécessité géométrique [...] » (Rashed, 2001, Appendice I).

Pour al-Sijzī donc, *l'ars inveniendi* ne comporte pour l'essentiel que deux voies. Toutes les méthodes particulières se regroupent autour de la première voie, et la seconde n'est autre que « l'analyse et la synthèse ». Or c'est précisément cette distinction d'une part, la nature de cette première voie d'autre part et, enfin, cette relation intime entre les deux, qui singularisent la conception d'al-Sijzī et reflètent la nouveauté de sa contribution.

Encore faut-il observer que la première des deux voies se dédouble, selon les deux sens du terme *shakl.* Ce mot, que les traducteurs des écrits mathématiques grecs ont choisi, désigne indistinctement la figure et la proposition.

Cette double signification n'est pas trop lourde d'équivoque tant que la figure traduit graphiquement, d'une manière statique si j'ose dire, la proposition ; autrement dit tant que la géométrie reste pour l'essentiel une étude des figures. Mais tout se complique lorsque l'on commence à transformer les figures et à varier sur les figures, comme c'est déjà le cas dans certaines branches de la géométrie à l'époque d'al-Sijzī. La double désignation exige alors une explicitation. Commençons par le premier sens, celui de « figure ».

Dans ce traité, al-Sijzī recommande à trois reprises de procéder par variation de la figure : lorsqu'on effectue une transformation ponctuelle ; lorsqu'on varie un élément de la figure, tous

Cette classification se fait à partir des critères : nombre des solutions, nombre des hypothèses, leur compatibilité et leur éventuelle indépendance.

Al-Samaw'al, un peu plus de deux siècles plus tard, reprend cette classification, toujours à partir du nombre des solutions et du nombre des hypothèses (Ahmad et Rashed, 1972). Il affine encore plus la classification. Ainsi il fait la distinction entre les identités et les problèmes qui ont une infinité de solutions sans être des identités. Il introduit en plus la notion du problème indécidable, celle dont on ne peut « démontrer ni son existence, ni sa négation » (Rashed, 1984b, p. 52). L'auteur ne donne malheureusement pas d'exemple. Le moins que l'on puisse dire cependant est que le mathématicien a pu infléchir les notions aristotéliciennes de nécessaire, possible et impossible vers celles de calculabilité et indécidabilité sémantique.

Ibn Sinān discute dans son livre d'autres problèmes logiques tels que la place des constructions auxiliaires, la réversibilité de l'analyse, le raisonnement apagogique. Ainsi l'analyse et la synthèse se présente dans le livre d'Ibn Sinān à la fois comme discipline et comme méthode. Celle-là est en fait une logique philosophique et pragmatique, dans la mesure où elle permet d'associer une *ars inveniendi* et une *ars demonstrandi,* celle-ci est un procédé fondé sur une théorie de la démonstration qu'Ibn Sinān s'est efforcé d'élaborer.

Une génération après Ibn Sinān, le mathématicien al-Sijzī (dernier tiers du Xe siècle) conçoit un projet différent, celui d'une *ars inveniendi* qui répond à des exigences didactiques et logiques à la fois. Al-Sijzī commence par énumérer des méthodes destinées à faciliter l'invention mathématique, au moins sept. Parmi celles-ci, il y a en fait une méthode principale, « l'analyse et la synthèse », et plusieurs méthodes particulières qui fourniront à la première des moyens effectifs de la découverte. Parmi celles-ci, il y a la méthode des transformations ponctuelles, la méthode des procédés ingénieux. Toutes ces

du fait des abréviations, et que, s'ils avaient parachevé l'analyse comme il se doit, elle eût été identique à la synthèse ; le doute eût alors quitté le cœur de ceux qui les soupçonnent de produire dans la synthèse des choses dont il n'avait pas été fait mention auparavant dans l'analyse, ces choses, lignes, surfaces et autres, que l'on voit figurer dans leur synthèse, sans qu'il en ait été fait mention dans l'analyse ; j'ai montré cela et je l'ai illustré par des exemples. J'ai présenté une méthode grâce à laquelle l'analyse est telle qu'elle coïncide avec la synthèse ; j'ai mis en garde contre les choses que les géomètres tolèrent dans l'analyse, et j'ai montré quel genre d'erreur s'y attache si on les tolère » (Rashed et Bellosta, 2000, pp. 96-98).

L'intention d'Ibn Sinān est claire, et son projet bien articulé : classer les problèmes géométriques selon différents critères pour montrer comment procéder, dans chaque classe, par analyse et synthèse, et pour exhiber les lieux d'erreur afin de permettre de les éviter. Voici en grandes lignes sa classification :

1. Les problèmes dont les hypothèses sont données de manière complète

1. 1 les problèmes vrais

1.2 les problèmes impossibles

2. Les problèmes dont il est nécessaire de modifier quelques hypothèses

2.1 les problèmes avec discussion (diorisme)

2.2 les problèmes indéterminés

2.2.1 les problèmes indéterminés à proprement parler

2.2.2 les problèmes indéterminés avec discussion

2.3 les problèmes surabondants

2.3.1 les problèmes indéterminés auxquels on a fait un ajout

2.3.2 les problèmes avec discussion auxquels on a fait un ajout

2.3.3 les problèmes vrais auxquels on a fait un ajout

À cela, on ajoute encore la classification modale des propositions.

prise au Xe siècle, le développement des mathématiques et la conception de nouveaux chapitres à partir du IXe siècle ont eu une grande répercussion sur l'extension et la compréhension de ce thème. On voit se développer avec ce thème une véritable philosophie des mathématiques. On assiste successivement en effet à l'élaboration d'une logique philosophique des mathématiques, puis à un projet d'une *ars inveniendi*, et enfin d'une *ars analytica*.

Tout a commencé, semble-t-il, par Ibrāhīm ibn Sinān (909-946). Il a rédigé tout un livre entièrement et uniquement consacré à l'analyse et la synthèse, intitulé « Sur la méthode de l'analyse et de la synthèse dans les problèmes de géométrie » (Rashed et Bellosta, 2000, chap. I). L'importance de l'événement est manifeste : désormais l'analyse et la synthèse désignent un domaine où le mathématicien peut s'investir, à la fois comme géomètre et comme logicien-philosophe. Écoutons Ibn Sinān parler de son projet et de son intention :

> « J'ai donc établi dans ce livre, de façon exhaustive, une méthode destinée aux étudiants, qui contient tout ce qui est nécessaire à la résolution des problèmes de géométrie. J'y ai exposé en termes généraux les diverses classes de problèmes de géométrie ; j'ai ensuite subdivisé ces classes et j'ai illustré chacune d'elles par un exemple ; puis j'ai guidé l'étudiant vers la voie grâce à laquelle il pourra savoir dans laquelle de ces classes faire entrer les problèmes qui lui seront posés, par laquelle il saura comment faire l'analyse des problèmes – ainsi que les subdivisions et conditions nécessaires pour cela – et faire leur synthèse, ainsi que les conditions nécessaires pour cela, puis comment il saura si le problème est de ceux qui sont solubles une seule fois ou plusieurs, et de façon générale, tout ce qu'il est nécessaire de savoir en cette matière.
>
> J'ai signalé dans quel genre d'erreur tombent les géomètres dans l'analyse, du fait de leur usage d'une habitude qui leur est venue : abréger de façon excessive. J'ai également indiqué pour quelle raison il peut y avoir en apparence pour les géomètres, dans les propositions et les problèmes, une différence entre l'analyse et la synthèse, et j'ai montré que leur analyse ne diffère de la synthèse que

avicennienne, mais il en fléchit le sens. Dans l'épître *al-Nayrūziyya,* Ibn Sīnā avait eu recours à ce symbolisme, mais à deux différences près cependant : d'une part, il a attribué à la succession des lettres de l'alphabet arabe selon l'ordre *abjad hawaz* la valeur d'un ordre de priorité, d'une antériorité logique ; d'autre part, il a utilisé les valeurs numériques des lettres (a = 1, b = 2, etc.). Al-Ṭūsī, s'il garde implicitement l'ordre de priorité en désignant, comme Ibn Sīnā, le Principe Premier par *a,* l'Intellect par *b*, a abandonné cette hiérarchie au profit de la valeur conventionnelle du symbole. Quant à la valeur numérique, elle a disparu. Il fallait d'ailleurs cela pour que ces lettres fussent objet d'une combinatoire. Mathématicien et philosophe, al-Ṭūsī a pensé la doctrine avicennienne de l'émanation dans un sens formel, favorisant ainsi une tendance déjà présente dans l'ontologie d'Ibn Sīnā.

III. *De l'ars inveniendi à l'ars analytica*

Les mathématiciens du IXe siècle, pour des raisons internes à l'évolution de la discipline, ont rencontré le problème de la dualité de l'ordre : est-ce que l'ordre d'exposition est identique à l'ordre de la découverte ? Cette question a été soulevée, quoi de plus naturel, à propos du modèle même de la rédaction mathématique à cette époque et pour des siècles encore, c'est-à-dire les *Éléments* d'Euclide. Thābit ibn Qurra consacre un mémoire à ce problème où il soutient que l'ordre d'exposition des *Éléments* n'est autre que l'ordre logique des démonstrations et diffère de l'orde de la découverte. Pour caractériser ce dernier, Thābit développe une doctrine psycho-logique de l'invention mathématique. Nous sommes déjà en quelque sorte sur le terrain de la philosophie des mathématiques.

Cette question de l'ordre sera englobée assez rapidement dans une problématique plus générale, celle de l'analyse et de la synthèse profondément transformée. Évoquée par Galien, Pappus et Proclus à l'occasion, ce thème n'a jamais eu l'extension qu'il a

$$\sum_{k=0}^{m} \binom{m}{k}\binom{n}{p-k} \text{ pour } 1 \leq p \leq 16, m = 4 , n = 12$$

dont la valeur est le coefficient binomial

$$\binom{m+n}{p}$$

(*) Aucun de ces éléments – à l'exception de *a, b* et *ab* – n'est un intermédiaire pour les autres. Aussi la réponse d'al-Ṭūsī est-elle générale, et (*) donne une règle permettant de connaître la multiplicité dans chaque rang.

Après avoir établi ces règles et donné l'exemple du quatrième rang, avec ses 65 520 éléments, al-Ṭūsī est en mesure d'affirmer qu'il a répondu à la question « de la possibilité de l'émanation de la multiplicité dénombrable à partir du Principe Premier sous la condition que de l'Un n'émane qu'un et sans que les effets soient successifs (en chaîne). Ce qu'il fallait démontrer ».

Ce succès d'al-Ṭūsī : faire parler à l'ontologie d'Ibn Sīnā la langue de l'analyse combinatoire, a été le moteur de deux évolutions importantes : à la fois de la doctrine d'Ibn Sīnā et de la combinatoire. Il est clair que cette fois la question de la multiplicité est maintenue à certaine distance de celle de la complexité de l'être. Al-Ṭūsī ne se soucie guère du statut ontologique de chacun de ces milliers d'êtres qui composent, par exemple, le quatrième rang. Mais il y a plus : le discours métaphysique nous permet à présent de parler d'un être sans nous rendre aptes à nous le représenter exactement. Cette évolution en quelque sorte « formelle » de l'ontologie, flagrante ici, ne fait qu'amplifier une tendance déjà présente chez Ibn Sīnā, et que nous avons soulignée auparavant, dans ses considérations sur « la chose » (*al-shay'*). Ce mouvement « formel » est accentué par la possibilité de désigner les êtres par les lettres de l'alphabet. Pas même le Principe Premier n'échappe à la règle, puisqu'il est désigné par la lettre *a*. Là encore al-Ṭūsī amplifie une pratique

a donc dans le second rang deux éléments *c* et *d* dont aucun n'est cause de l'autre. Mais on a en tout jusqu'ici quatre éléments : la cause première, *a,* et trois effets, *b, c* et *d.* Al-Ṭūsī appelle ces quatre éléments les *principes.* Combinons à présent ces quatre éléments deux à deux, puis trois à trois, et enfin quatre à quatre. On obtient successivement six combinaisons : *ab, ac, ad, bc, bd, cd,* quatre combinaisons : *abc, abd, acd, bcd,* et une combinaison à quatre éléments : *abcd.* Si l'on tient des combinaisons de ces quatre éléments 1 à 1, on a comme somme 15 éléments dont 12 appartiennent au troisième rang des effets, sans que les uns soient des êtres intermédiaires pour dériver des autres. C'est cela qu'al-Ṭūsī expose dans le commentaire *d'al-Ishārāt wa al-Tanbīhāt,* ainsi que dans son traité que nous avons évoqué. Mais, dès que l'on dépasse le troisième rang, les choses ne tardent pas à se compliquer, et al-Ṭūsī doit introduire dans son traité le lemme suivant :

Le nombre des combinaisons de n *éléments est égal à*

$$\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k}$$

Pour calculer ce nombre, al-Ṭūsī utilise l'égalité

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Ainsi, pour $n = 12$, il obtient 4 095 éléments. Notons que pour déduire ces nombres, il montre ici les expressions de la somme en combinant les lettres de l'alphabet.

Al-Ṭūsī revient ensuite au calcul du nombre des éléments du quatrième rang. Il considère alors les quatre principes avec les douze êtres du troisième rang ; il obtient 16 éléments, à partir desquels il obtient 65 520 effets. Pour parvenir à ce nombre, al-Ṭūsī procède à l'aide d'une expression équivalente à

cercle, Ibn Sīnā pense donc restreindre la définition de chaque terme en le ramenant à la notion d'existence. Il distingue alors ce qui est considéré en lui-même d'existence nécessaire, de ce qui, également considéré en lui-même, peut exister, et peut aussi ne pas exister. Nécessité et contingence sont pour lui inhérentes aux êtres mêmes. Quant à l'être possible, son existence, ainsi que sa non-existence, dépendent d'une cause extérieure à lui. La contingence n'apparaît donc pas comme une nécessité déchue, mais comme un autre mode d'existence. Il se peut même que l'être possible, tout en le restant en lui-même, soit d'une existence nécessaire sous l'action d'un autre être. Sans vouloir suivre ici les subtilités du développement d'Ibn Sīnā, notons seulement que, de cette définition particulière du nécessaire et du possible, Ibn Sīnā fonde les termes de l'émanation dans la nature des êtres, neutralisant d'emblée, comme on l'a souligné plus haut, la variable *temps*. De ces définitions, il déduit en effet des propositions, dont la majorité est établie par réduction à l'absurde. Il montre que le nécessaire ne peut pas ne pas exister, qu'il ne peut pas, par essence, avoir une cause, que sa nécessité englobe tous ses aspects, qu'il est un et ne peut, d'aucune manière, admettre la multiplicité, qu'il est simple, sans aucune composition... Sur tous ces points, il s'oppose au possible. C'est donc dans la définition même du nécessaire et du possible, et dans la dialectique engagée entre eux, que se trouvent à jamais fixés l'antériorité du Principe Premier, ainsi que ses rapports avec les Intelligences.

Si donc on peut décrire l'émanation sans recourir au temps, c'est dans la mesure où ses propres termes sont donnés dans une logique du nécessaire et du possible. Que cette doctrine n'aille pas sans difficultés, ce n'est pas la question ici : nous savons, en revanche, que les conditions de l'introduction d'une combinatoire étaient déjà bien assurées par Ibn Sīnā lui-même.

Nous avons dit que de a émane b ; ce dernier est donc au premier rang des effets. De a et b ensemble émane c – soit le second intellect ; de b tout seul émane d – soit l'Orbe céleste. On

procéder par combinaisons pour un nombre d'objets, c'en est une autre d'introduire un langage avec sa syntaxe. Ici, ce langage serait celui des combinaisons. Or, c'est précisément à l'introduction de ce langage que s'emploie al-Ṭūsī dans un mémoire indépendant (Rashed, 1999a), et dont le titre ne laisse planer aucune ambiguïté : *Sur la démonstration du mode de l'émanation des choses <en nombre> infini à partir du Principe Premier Unique*. Cette fois, on va le voir, al-Ṭūsī procède d'une manière générale à l'aide de l'analyse combinatoire. Le texte d'al-Ṭūsī et les résultats qu'il renferme ne disparaîtront pas avec leur auteur ; on les retrouve dans un traité tardif entièrement consacré à l'analyse combinatoire. Ainsi la solution d'al-Ṭūsi non seulement distingue un style de recherche en philosophie, mais représente une contribution intéressante à l'histoire des mathématiques elles-mêmes.

L'idée d'al-Ṭūsī est de soumettre ce problème à une étude combinatoire. Mais, pour que l'intervention d'une combinatoire soit possible, il faut s'assurer que la variable *temps* est neutralisée, ce qui se traduit dans le cas de la doctrine de l'émanation ou bien par la mise à l'écart du devenir, ou, tout au moins, par son interprétation purement logique. Or cette condition, on l'a vu, Ibn Sīnā lui-même l'offrait. On a pu noter à juste titre que l'émanation ne se déroule pas dans le temps, et qu'antériorité et postériorité doivent être entendues comme essentielles, et non pas en un sens temporel *(al-Shifā', VI,* 2, p. 266. Voir Hasnawi, 1990 ; Gardet, 1951 ; Davidson, 1987 ; Druart, 1987 ; Morewedge, 1972). Cette interprétation, capitale, à nos yeux, dans le système avicénien, renvoie à sa propre conception du nécessaire, du possible et de l'impossible. Rappelons en effet, pour le dire en un mot, que dans *al-Shifā'* (voir notamment livre 3, chapitre 4 du *Syllogisme*, IV, éd. Zāyed, 1964), Ibn Sīnā reprend cet ancien problème, pour rejeter d'entrée de jeu toutes les doctrines anciennes, lesquelles, selon lui, sont circulaires : elles ont recours, pour définir l'un des trois termes, à l'un ou l'autre des deux restants. Pour rompre ce

par son intellection de *a*, un deuxième Intellect ; soit *c* ; et par son intellection de son essence, l'Âme du neuvième Orbe céleste ; et par son intellection de son être comme être contingent le corps de ce neuvième Orbe. Désignons l'Âme de cet Orbe et son corps par *d*.

Ibn Sīnā poursuit ainsi la description de l'émanation des Intellects, des Orbes célestes avec Âmes et leurs corps. De tout Intellect émanent désormais la matière des choses sublunaires, les formes des corps et les âmes humaines. Or, cette explication d'Ibn Sīnā, même si elle a l'avantage de ne pas séparer la question de la multiplicité à partir de l'un de celle de la complexité, c'est-à-dire du contenu ontologique de la multiplicité, ne permet cependant pas une connaissance rigoureuse de celle-ci, dans la mesure où aucune règle générale n'est donnée. Ibn Sīnā ne fait que conduire les éléments jusqu'à l'Intellect Agent.

C'est précisément ici qu'intervient al-Ṭūsī. Il va démontrer qu'effectivement, à partir du Principe Premier, émane, selon les règles d'Ibn Sīnā et à l'aide d'un nombre réduit d'intermédiaires, une multiplicité, de sorte que chaque effet n'aura qu'une seule cause qui existe indépendamment. On verra que ce progrès certain dans la connaissance de la multiplicité a pour prix l'appauvrissement du contenu ontologique : de la multiplicité-complexité ne restera en fait que la multiplicité.

Al-Ṭūsī en effet, dans son commentaire *d'al-Ishārāt wa-al-Tanbihāt* introduit le langage et les procédés des combinaisons pour poursuivre l'émanation jusqu'au troisième rang des êtres. Il cesse là l'application de ces procédés, pour conclure : « si nous dépassons ensuite ces rangs [les trois premiers], il peut exister une multiplicité dénombrable (*lā yuḥṣā ʿadaduhā)* dans un seul rang, et à l'infini » (éd. Dunyā, III, vol. II, p.48). L'intention d'al-Ṭūsī est donc claire, et le procédé appliqué pour les trois premiers rangs n'autorise aucun doute : il faut fournir la preuve et les moyens qui manquaient à Ibn Sīnā. Mais à ce stade al-Ṭūsī est encore loin du but. C'est une chose en effet de

simple, à la fois vérité pure, puissance pure, bonté pure..., sans qu'aucun de ces attributs existe en lui indépendamment afin que soit garantie l'unité du Principe Premier, cet être dérivé ne peut être qu'un Intellect pur. Cette implication respecte 4, car, si cet intellect n'était pas pur, on devrait conclure que de l'Un émane plus qu'un. Il s'agit ici du premier Intellect séparé, le premier effet *(ma'lūl)* du Principe Premier. Comme Ibn Sīnā, désignons-le par *b*.

Tout est maintenant en place pour expliquer la multiplicite-complexité. Par essence, cet Intellect pur est un effet : il est donc contingent. Mais, comme émanation du Principe Premier, il est nécessaire, puisqu'il a été « intelligé » par ce dernier. À cette dualité ontologique se superpose une multiplicité noétique : cet Intellect pur se connaît et connaît son propre être comme être contingent, c'est-à-dire que son essence est différente de celle du Principe Premier, qui est nécessaire mais d'autre part il connaît le Principe Premier comme Être nécessaire et enfin il connaît la nécessité de son propre être comme émanation du Principe Premier. Je viens ici de paraphraser ce qu'écrit Ibn Sīnā lui-même dans *al-Shifā' (ibid.*, pp. 405-406). Il répond d'avance à un éventuel détracteur, en remarquant que cette multiplicité-complexité n'est pas, si l'on peut dire, une propriété héréditaire : ce n'est pas du Principe Premier que l'Intellect pur la reçoit, et ceci pour deux raisons. D'abord, la contingence de son être appartient à sa propre essence, et non pas au Principe Premier, qui lui a donné la nécessité de son être. D'autre part, la connaissance qu'il a de lui-même, aussi bien que la connaissance qu'il a du Principe Premier, est une multiplicité, qui résulte de la nécessité de son être à partir du Principe Premier. Dans de telles conditions, Ibn Sīnā peut rejeter l'accusation d'attribuer cette multiplicité au Principe Premier. Ibn Sīnā décrit ensuite comment, à partir de cet Intellect Pur, émanent les autres Intellects séparés, les Orbes célestes, et des Âmes qui permettent aux Intellects d'agir. Ainsi, de l'Intellect pur *b* émane,

ne peut avoir qu'un seul successeur (respectivement le successeur, son successeur ...). Mais le philosophe, et son commentateur, savaient que, pris à la lettre, cet ordre interdit l'existence des êtres multiples, c'est-à-dire leur coexistence indépendante, sans que les uns soient logiquement prioritaires aux autres ni plus parfaits qu'eux ; ce qui rend cet ordre manifestement faux, comme le dit al-Ṭūsī *(al-Ishārāt wa-al-Tanbīhāt,* p. 216). Il est donc nécessaire d'introduire des précisions supplémentaires, ainsi que des êtres intermédiaires.

Or 1 et 2 interdisent à leur tour que la multiplicité procède des « élans » *(nuzūʿāt)* et des « perspectives » *(jihāt)*, du Principe Premier, car, supposer en Lui élans et perspectives, c'est nier son unicité et sa simplicité. Enfin, 3, 4 et 5 impliquent que l'émanation comme acte du Principe Premier ne soit pas à l'image d'un acte humain, puisque son Auteur ne connaît ni intention ni fin. Tout indique donc qu'il faut introduire des êtres intermédiaires *(mutawassiṭa),* hiérarchisés sans aucun doute, mais qui permettent de rendre compte de la multiplicité-complexité.

Commençons comme il se doit par le Principe Premier, et désignons-le comme le fait Ibn Sīnā dans son opuscule *al-Nayrūziyya* par la première lettre de l'alphabet : *a.* Le Principe Premier s'« intellige » lui-même par essence. Dans son auto-intellection, il « intellige » la totalité de l'être dont il est le propre principe *(al-Shifā', al-Ilāhiyāt,* éd. Mūsā, Dunyā et Zāyed, II, p. 402, l. 16), sans qu'il y ait en lui obstacle à l'émanation de cette totalité, ni refus d'elle. C'est en ce sens seulement que l'on dit du Principe Premier qu'il est « agent » *(fāʿil)* de la totalité de l'être.

Mais, ceci étant admis, il reste à expliquer comment s'effectue cette émanation nécessaire de la totalité de l'être, sans qu'il faille ajouter quoi que ce soit qui puisse contredire l'Unicité du Principe Premier. Selon 1, 4, 5, un seul être émane du Principe Premier, qui est nécessairement du second rang d'existence et de perfection. Mais, comme il émane d'un être unique, pur et

Premier, par émanation. Cette ontologie et la cosmogonie qui l'accompagne fournissent les trois points de vue sous lesquels on envisage un être : en tant qu'être, en tant qu'émanation (voir Gardet, 1951 ; Heer, 1992 ; Hasnawi, 1990 ; Druart, 1992 ; Morewedge, 1992 ; Owens, 1992) du Principe Premier, et en tant qu'être de sa quiddité (sous l'angle des deux premiers regards, c'est la nécessité de cet être qui s'impose, alors que c'est sa contingence que révèle le troisième). Ce sont là, schématiquement évoquées, les notions sur lesquelles Ibn Sīnā va établir ses postulats, qui sont :

1° Il existe un Principe Premier, Être nécessaire par essence, un, indivisible d'aucune manière, qui n'est ni un corps, ni dans un corps.
2° La totalité de l'être émane du Principe Premier.
3° L'émanation ne se fait ni « selon une intention *(alā sabīl qaṣd)* » ni pour parvenir à une fin, mais par une nécessité de l'être du Principe Premier, c'est-à-dire son auto-intellection.
4° De l'Un n'émane que l'Un.
5° Il y a une hiérarchie dans l'émanation, de ceux dont l'être est le plus parfait *(al-akmalu wujūdan)* à ceux dont l'être est le moins parfait *(al-akhaṣṣu wujūdan)*.

On pourrait voir quelque contradiction entre certains de ces postulats, par exemple 2 et 4, ou soupçonner que d'aucuns entraînent des conséquences contradictoires. C'est pour éviter cette première impression qu'Ibn Sīnā introduit des déterminations supplémentaires au cours de sa déduction. Ainsi, de 1, 2, 4 et 5 il s'ensuit que la totalité de l'être, en plus du Principe Premier, est un ensemble ordonné par la relation à la fois logique et axiologique prédécesseur-successeur, eu égard aussi bien à la priorité de l'être qu'à son excellence. Si en effet on excepte le Principe Premier, chaque être ne peut avoir qu'un seul prédécesseur (ainsi que le prédécesseur de son prédécesseur, et ainsi de suite). D'autre part chaque être, y compris le Principe Premier,

wa-al-Tanbīhāt, Ibn Sīnā expose les principes de cette doctrine ainsi que les règles de l'émanation des multiples à partir d'une unité simple. Son explication a l'allure d'une exposition articulée et ordonnée, mais n'a pas la valeur d'une preuve rigoureuse : Ibn Sīnā n'y donne pas, en effet, les règles syntactiques aptes à épouser la sémantique de l'émanation. Or c'est précisément ici que réside la difficulté de la question de la dérivation de la multiplicité à partir de l'Un. Mais il y a bien longtemps que cette dérivation a été perçue comme problème, et examinée comme telle. Le mathématicien, philosophe et commentateur d'Ibn Sīnā, Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī, non seulement a saisi la difficulté, mais a voulu fournir les règles syntactiques qui faisaient défaut.

Pour comprendre cette contribution, il nous faut revenir d'abord à Ibn Sīnā, pour rappeler les éléments de sa doctrine, mais aussi pour saisir, si peu soit-il, dans son exposition synthétique et systématique, le principe formel dont la présence a rendu possible l'introduction des règles de l'analyse combinatoire. En fait, c'est ce principe qui permet à Ibn Sīnā de développer son exposé de manière déductive. Il lui fallait en effet assurer d'une part l'unité de l'Être, qui se dit alors de tout selon le même sens, et une différence irréductible entre le Principe Premier et ses créations. Il élabore alors une conception générale, en quelque sorte « formelle », de l'Être considéré en tant qu'être, il n'est objet d'aucune détermination, pas même celle des modalités ; il n'est qu'être. Il n'est pas un genre, mais un « état » de tout ce qui est, et se laisse saisir seulement dans son opposition au non-être, sans pour autant que celui-ci le précède dans le temps, cette opposition est selon l'ordre de la raison uniquement. D'autre part, seul le Principe Premier reçoit son existence de lui-même [Ibn Sīnā distingue existence et essence pour tous les autres êtres ; sur ce point, voir Goichon, 1992 ; D. Saliba, 1926 ; Verbeke, 1977]. C'est donc la seule existence nécessaire, et c'est donc seulement dans ce cas que l'existence coïncide avec l'essence. Tous les autres êtres reçoivent leur existence du Principe

d'Ibn Sīnā, elle s'inscrit immédiatement dans l'âme, et avec ces deux autres idées, se trouve au principe de toutes les autres. Mais alors que l'existant renvoie au même sens que « affirmé *(muthbit)* » et « réalisé *(muḥaṣṣal)* », la chose est, écrit Ibn Sīnā, ce sur quoi porte l'attribution (l'énoncé). Ainsi, tout existant est une chose, mais la réciproque n'est pas exacte, bien qu'il soit impossible qu'une chose n'existe ni comme sujet concret, ni dans l'esprit *(al-Shifā', al-Ilāliyyāt,* éd. Anawati et Zāyed, 1, p. 29 sq. et p. 195 sq.). Ce n'est pas ici le lieu de décrire la doctrine d'Ibn Sīnā, mais il suffit de rappeler que, ni platonicienne, ni aristotélicienne, cette nouvelle ontologie a été suscitée, en partie tout au moins, par les nouveaux acquis des sciences mathématiques.

Si celles-ci ont conduit ici Ibn Sīnā à infléchir l'ontologie dans un sens pour ainsi dire « formel », elles agissent de même sur la conception d'Ibn Sīnā de l'ontologie de l'émanation comme on le verra plus loin à propos du commentaire de Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī.

L'émanation des Intelligences et des orbes célestes ainsi que des autres mondes – celui de la nature et celui des choses corporelles – à partir de l'Un, est l'une des doctrines centrales de la métaphysique d'Ibn Sīnā. Cette doctrine soulève une question à la fois ontologique et noétique : comment à partir d'un être unique et simple peut émaner une multiplicité, qui est aussi une complexité, laquelle, à la fin, comprend aussi bien la matière des choses que les formes des corps et les âmes humaines ? Cette dualité ontologique et noétique érige la question en obstacle, comme une difficulté à la fois logique et métaphysique qu'il faut dénouer. On comprend dès lors, du moins en partie, pourquoi dans ses différents écrits Ibn Sīnā revient inlassablement à cette doctrine, et, implicitement, à cette question.

L'étude de l'évolution historique de la pensée d'Ibn Sīnā sur ce problème, dans ses différents écrits, nous montrerait comment il a pu amender une formulation initiale en fonction d'une telle difficulté. Pour nous en tenir à *al-Shifā'* et à *al-Ishārāt*

proximation soit toujours possible. Du statut ontologique d'un tel objet, la théorie aristotélicienne ne peut, à l'évidence, rendre compte. Il faut donc faire intervenir une nouvelle ontologie, qui autorise à parler d'un objet dépourvu des caractères qui, pourtant, auraient seuls permis de discerner de quoi il est l'abstraction ; ontologie qui doit également nous permettre de connaître un objet sans être en mesure de le représenter exactement.

Or, depuis al-Fārābī précisément, on voit se développer dans la philosophie islamique une ontologie suffisamment « formelle », en quelque sorte, pour répondre, entre autres, aux précédentes exigences. Dans cette ontologie, « la chose *(al-shay')* » revêt une connotation plus générale que l'existant. C'est en ce sens qu'al-Fārābī écrit : « la chose peut être dite de tout ce qui a une quiddité, qu'il soit à l'extérieur de l'âme, ou qu'il soit <seulement> conçu d'une manière quelconque » tandis que « l'existant est toujours dit de tout ce qui a une quiddité, à l'extérieur de l'âme, et ne peut être dit d'une quiddité seulement conçue ». Ainsi, selon lui, l'« impossible *(al-mustaḥīl)* » peut être dit « chose », mais ne peut être dit « existant » *(Kitāb al-Ḥurūf*, éd. Mahdi, 1970, p. 128).

Sur le plan de l'histoire des mathématiques, une telle tendance s'est encore confirmée entre al-Fārābī et Ibn Sīnā : al-Karajī, particulièrement, donne à l'algèbre un statut encore plus général, et accentue l'extension de la notion de nombre. Un contemporain d'Ibn Sīnā, al-Bīrūnī, va encore plus loin et n'hésite pas à écrire:

> « La circonférence du cercle est, avec son diamètre, dans un rapport donné. Le nombre de l'une au nombre de l'autre est également un rapport, même s'il est irrationnel » *(al-Qānūn al-Mas'ūdī*, I, p. 303).

Sur le plan philosophique, en métaphysicien conséquent, Ibn Sīnā intègre la conception d'al-Fārābī à une doctrine qu'il voulait plus systématique et qui est exposée dans *al-Shifā'*. Selon cette doctrine, de même que l'existant et le nécessaire, la chose est donnée dans une évidence immédiate ou, dans le langage

nombres aux nombres, alors tout nombre est homologue d'une certaine grandeur rationnelle ou irrationnelle. Si donc on détermine les nombres qui sont homologues aux rapports des grandeurs, alors on détermine ces grandeurs d'une certaine manière. C'est pourquoi on pose certains nombres rationnels pour qu'ils soient homologues des grandeurs rationnelles, et certains nombres irrationnels pour qu'ils soient homologues des grandeurs irrationnelles » *(ibid.,* p. 89),

Dans ce texte capital, l'algèbre se distingue comme science à deux titres : apodictique comme toute science, elle constitue néanmoins le domaine d'application non point d'une science seulement, mais de deux à la fois, l'arithmétique et la géométrie. Quant à son objet, il comprend aussi bien des grandeurs géométriques que des nombres, lesquels peuvent être rationnels ou irrationnels algébriques. Face à cette nouvelle discipline, dont elles doivent prendre acte, les nouvelles classifications des sciences, à vocation universelle et exhaustive, doivent aussi justifier d'une manière ou d'une autre, l'abandon de certaines thèses aristotéliciennes. Ainsi, des dénominations telles que « science des procédés ingénieux », « parties secondaires »,... sont-elles forgées afin d'aménager une zone non-aristotélicienne au sein d'une classification dont le parti-pris demeure aristotélicien.

La portée philosophique d'un tel remaniement est plus vaste, et surtout plus profonde, qu'une simple modification taxinomique. Si en effet l'algèbre est commune à l'arithmétique et à la géométrie, sans pour autant céder quoi que ce soit de son statut de science, c'est dans la mesure où son objet même, « l'inconnue algébrique », c'est-à-dire « la chose *(shay', res)* » peut indifféremment désigner un nombre ou une grandeur géométrique. Bien plus : puisqu'un nombre peut aussi bien être un irrationnel, « la chose » désigne alors une quantité que l'on ne connaîtra que par approximation. Aussi l'objet des algèbristes, « la chose », doit-il être suffisamment général pour recevoir des contenus divers ; mais il doit en outre exister indépendamment de ses propres déterminations, pour que l'amélioration de l'ap-

auf, während al-Fârâbî sie in zusammenhängender Darstellung charakterisiert ».

Le rapprochement s'impose en effet, car l'examen des « parties secondaires » de l'arithmétique, chez Ibn Sīnā, montre qu'elles ne sont rien d'autre en fait que ces disciplines qu'al-al-Fārābī regroupe sous le titre : « la science des procédés ingénieux », et qu'il définit comme :

> « la science de la manière de procéder lorsqu'on applique tout ce dont on prouve l'existence, par la prédication et la démonstration, dans les mathématiques précédemment mentionnées, aux corps physiques ; et lorsqu'on le réalise et le met en acte dans les corps physiques » (*Iḥṣā' al-ʿUlūm*, éd. U. Amīn, p. 88),

Selon lui, en effet, la science mathématique a pour objet les lignes, les surfaces, les solides, les nombres, et les considère comme intelligibles par eux-mêmes, et séparés (*muntaziʿa*), c'est-à-dire abstraits des objets physiques. Pour découvrir et manifester intentionnellement les notions mathématiques en ces derniers, à l'aide de l'art, il faudrait donc façonner des procédés, inventer des techniques et des méthodes permettant de surmonter les obstacles constitués par la matérialité et la sensibilité de ces objets. En arithmétique, ces procédés ingénieux comprennent, entre autres, écrit al-Fārābī, « la science connue de nos contemporains sous le nom d'algèbre et d'*al-muqābala*, et ce qui lui est analogue » (*ibid.*, p. 109). Il note cependant aussi que « cette science est commune à l'arithmétique et à la géométrie » et un peu plus loin, qu'elle

> « elle comprend les procédés ingénieux pour déterminer les nombres que l'on cherche à déterminer et à utiliser, ceux, parmi les rationnels et les irrationnels, dont Euclide a donné les principes dans le livre X de son ouvrage *al-Usṭuqusāt*, et ceux qui n'ont pas été mentionnés dans ce livre. Puisqu'en effet le rapport des rationnels aux irrationnels – les uns aux autres – est comme le rapport des

Tout indique donc que, dans *al-arithmāṭīqī* comme dans le résumé des livres arithmétiques d'Euclide, Ibn Sīnā, de même que ses prédécesseurs et ses contemporains, limite son étude à celle des entiers naturels. Dès qu'il rencontre des problèmes qui l'engageraient à l'examen des conditions de rationalité, qu'il s'agisse de rechercher une solution rationnelle positive, ou, plus généralement, de considérer une classe de nombres irrationnels, on se trouve alors en dehors de ces deux sciences. C'est donc l'ensemble de ces recherches arithmétiques, qui s'effectuent grâce à des disciplines comme l'algèbre, le calcul indien et leurs analogues, que recouvre le terme d'*al-hisāb.* Ces disciplines revêtent par conséquent un aspect instrumental et, pour ainsi dire, appliqué, qui les oppose à l'ancienne théorie des nombres. Or, c'est précisément par cet aspect instrumental et appliqué qu'Ibn Sīnā, on peut le vérifier, distingue dans sa classification l'ensemble des « parties secondaires *(al-aqsām al-farʿiyya)* », les définissant ainsi comme telles. Ainsi, les « parties secondaires » de la Physique sont-elles la médecine, l'astrologie, la physiognomonie, l'oniromancie, l'art divinatoire, le talisman, la science de la théurgie, et l'alchimie.

Mais pour comprendre la distance prise par Ibn Sīnā aussi bien par rapport aux classifications traditionnelles, grecque et hellénistique, que par rapport à sa propre classification théorique, il convient de revenir à l'un de ses prédécesseurs, al-Fārābī (872-950). La question de savoir si l'opuscule d'Ibn Sīnā sur *Les parties des sciences rationnelles* était lié à la classification donnée par al-Fārābī dans son *Énumération des sciences,* a d'abord été posée par Steinschneider, lequel nie tout rapport entre les deux études. Wiedemann (1970, p. 327) confirme cette opinion, et soutient qu'Ibn Sīnā n'énumère que des sciences séparées, alors qu'al-Fārābī les désigne et les caractérise dans leurs dépendances réciproques ; ou, comme il l'écrit « Ibn Sinâ zählt im wesentlichen die einzelnen Wissenschaften

reste, et ensuite le tout par le dernier des nombres additionnés, donne un nombre qui a un ami ; son ami est le nombre obtenu en additionnant la somme et le reste, multipliés par le dernier des nombres additionnés, et en ajoutant le produit au premier nombre qui avait un ami. Ces deux nombres sont amiables » (après correction de quelques erreurs de l'édition du Caire, p. 28).

À ces deux traditions, il convient d'en joindre une troisième qu'évoque également Ibn Sīnā: il s'agit de l'analyse diophantienne entière. Dans la partie de la logique d'*al-Shifā'* consacrée à la démonstration, Ibn Sīnā prend en effet l'exemple du premier cas de la conjecture de Fermat, déjà traité par deux mathématiciens, au moins, du Xe siècle, al-Khujandī et al-Khāzin. Ibn Sīnā écrit en effet :

« Lorsqu'on se demande... si la somme de deux nombres cubiques est un cube, de la même manière que la somme de deux nombres carrés était un carré, l'on se pose alors un problème arithmétique (*ḥisāb*) » (*al-Shifā'*, éd. Afifi, V, pp. 194-195).

On aperçoit précisément que le mot *ḥisāb* semble désigner ici une discipline qui englobe des disciplines autres que la théorie euclidienne des nombres et *al-arithmāṭīqī*. Par *ḥisāb*, en effet, Ibn Sīnā semble entendre une science qui englobe toutes celles qui traitent des nombres, rationnels ou irrationnels algébriques ; le dernier paragraphe de son livre *al-arithmāṭīqī* ne laisse aucune ambiguïté à cet égard. On peut lire en effet :

« C'est cela que nous avons voulu dire dans la science de l'*arithmāṭīqī*. Nous avons laissé certains cas dont nous avons considéré que la mention en ce lieu eût été extérieure à la règle de cet art. Reste dans la science d'*al-Ḥisāb*, ce qui nous convient dans l'usage et la détermination des nombres. Ce qui reste enfin, dans la pratique, est à l'exemple de l'algèbre et d'al-*muqābala*, de la science indienne de l'addition et de la séparation. Mais pour ces dernières, il vaut mieux les mentionner parmi les parties secondaires » (*Al-Shifā' : al-arithmāṭīqī*, p. 69).

nombres, avec les *Éléments* d'Euclide ; ainsi s'éclairerait la distance prise en ce domaine par rapport à la tradition néo-pythagoricienne. Et de fait, d'*al-arithmāṭīqī*, considérée donc comme science, se trouvent désormais bannies toutes les considérations ontologiques et cosmologiques qui chargeaient la notion de nombre. Seule demeure la visée philosophique commune à toutes les branches de la philosophie théorique ou pratique – à savoir la perfection de l'âme. Ainsi, c'est contre les néo-pythagoriciens qu'Ibn Sīnā écrit:

> « Il est d'usage, chez ceux qui traitent de l'art arithmétique, de faire appel, en ce lieu et en des lieux analogues, à des développements étrangers à cet art, et plus encore étrangers à l'usage de ceux qui procèdent par démonstration, et plus proches des propos des rhéteurs et des poètes. Il faut y renoncer » (*al-Shifā'* : al-Arithmāṭīqi, éd. Mazhar, p. 60. Notons que, quelques lignes plus loin, Ibn Sīnā désigne clairement « ceux qui traitent de l'art arithmétique », en les nommant « les pythagoriciens ».

Il peut même renoncer ici en partie au langage traditionnel, et recourir à celui des algèbristes, pour exprimer les puissances successives d'un entier. Ainsi, les termes « carré (*māl*) », « cube (*ka'b)* », « carré-carré (*māl māl*) », qui désignaient les puissances successives de l'inconnue, ont été employés par les philosophes pour nommer les puissances d'un entier *(ibid.*, p. 19).

Dans ces conditions, rien ne s'opposait à ce qu'Ibn Sīnā intégrât à son *al-arithmāṭīqī* des théorèmes et des résultats obtenus ailleurs, sans qu'il dût en rappeler la démonstration, lorsqu'elle existait. C'est ainsi que, sans le démontrer, il reprend le théorème de Thābit ibn Qurra sur les nombres amiables, dans le pur style euclidien de celui-ci ; Ibn Sīnā rappelle de même plusieurs problèmes de congruence.

> « Si tu additionnes les nombres pairement pairs et l'unité, si tu obtiens un nombre premier, à condition que, si on leur ajoute le dernier d'entre eux, et si on retranche celui qui le précède, et si la somme et le reste sont premiers, alors le produit de la somme par le

« Les propriétés des nombres se montrent de deux manières : la première est l'induction, car si on suit les nombres un à un, et si on les distingue, on trouve en les distinguant et en les considérant toutes leurs propriétés, et trouver le nombre suivant cette manière s'appelle *al-arithmāṭīqī*. Ceci est montré dans l'ouvrage d'*al-arithmāṭīqī* <de Nicomaque de Gérase>. L'autre manière par laquelle se montrent les propriétés des nombres procède par démonstrations et déductions. Toutes les propriétés du nombre saisies par les démonstrations sont contenues dans ces trois livres <d'Euclide> ou dans ce qui s'y ramène » (Rashed, 1980, p. *236)*.

Pour cet éminent mathématicien, il s'agit donc bien, dans un cas comme dans l'autre, d'une science ; remarque d'autant plus importante qu'Ibn al-Haytham exigeait, partout et sans restriction, des démonstrations rigoureuses. Et de fait, au Xe siècle tout au moins, ces deux traditions ont offert aux mathématiciens la même conception de l'objet de l'arithmétique: une arithmétique d'entiers représentés par des segments de droite. Mais, alors que, dans la théorie des nombres, la norme de la démonstration est contraignante, dans *al-arithmāṭīqī*, on peut procéder par simple induction. Pour les savants du Xe siècle, la différence entre les deux traditions se réduit donc à une distinction des méthodes et des normes de rationalité.

Or, c'est précisément cette conception du rapport entre les deux disciplines que l'on trouve exprimée chez Ibn Sīnā. Dans *al-Shifā'*, l'arithmétique se présente en effet à deux reprises : la première fois dans la Géométrie d'*al-Shifā'*, il s'agit d'un simple résumé des livres arithmétiques d'Euclide ; la deuxième fois, Ibn Sīnā expose sa propre rédaction du livre *al-arithmāṭīqī* qui sera lu et enseigné durant des siècles, et dont les véritables fondements, selon l'auteur lui-même, se trouvent principalement dans les *Éléments*. Peut-être est-ce aussi cette vision du rapport entre les deux disciplines qui explique pourquoi, dans son *al-arithmāṭīqī*, Ibn Sīnā ne s'en est pas tenu à un simple résumé de Nicomaque, comme il l'avait fait pour la théorie des

Nous avons en effet rappelé le volume qu'il consacre, dans *al-Shifā'*, à cette science du calcul dite *al-Arithmāṭīqī*. A quoi il faut encore ajouter deux disciplines : l'une, bien que nommée, n'a jamais vu son statut fixé par Ibn Sīnā, il s'agit d'*al-Ḥisāb* ; l'autre est seulement présente par ses objets : l'analyse diophantienne entière.

Théorie des nombres, *al-Arithmāṭīqī*, calcul indien, algèbre, *al-Ḥisāb* et analyse diophantienne entière : six disciplines qui se chevauchent et parfois se superposent pour recouvrir l'étude des nombres. La réalité est donc, de toute évidence, bien plus complexe qu'il ne pouvait paraître du schéma classificatoire des sciences. Mais, pour démêler l'enchevêtrement de ces disciplines et élucider leurs rapports, il faut brièvement rappeler les travaux des mathématiciens de l'époque. Ceux-ci distinguaient, en effet, en les désignant sous deux termes différents, d'une part l'arithmétique de la tradition hellénistique et son développement en arabe : la théorie des nombres *('ilm al-'adad)*, et d'autre part la discipline désignée par la transcription phonétique du grec *al-arithmātiqī*. Si leur connotation n'était pas absolument sans rapport, chacun de ces deux termes se référait pourtant à une tradition distincte. L'expression « théorie des nombres *('ilm al-ʿadad)* » renvoyait aux livres arithmétiques des *Éléments* d'Euclide, aussi bien qu'à des travaux postérieurs, comme ceux de Thābit ibn Qurra, par exemple alors que la transcription phonétique du grec *(arithmêtikê)* désignait la tradition arithmétique des néo- pythagoriciens, c'est-à-dire au sens où l'entend Nicomaque de Gérase dans *l'Introduction*, que pourtant d'ailleurs Ibn Qurra avait traduite sous le titre *Introduction* à *la théorie des nombres (al-Madkhal ilā 'ilm al-'adad)* (voir Bibliographie). Bien que non systématique, cette différence terminologique entre le IXe et le Xe siècle semble mesurer l'écart qui séparait alors les deux disciplines. Pour comprendre comment, plus tard, on concevait un tel écart, lisons ce qu'écrit Ibn al-Haytham:

le calcul indien et l'algèbre et al-muqābala » *(Shadharāt al-dhahab*, III, p.234 ; voir également Ibn Khalikān, *Wafayāt al-A'yān*, II, pp. 157-158). Quant à Ibn Sinā lui-même, il écrit: « Mon père me dirigeait vers un homme qui vendait des légumes, et qui pratiquait le calcul indien, pour qu'il m'instruise » (al-Qifṭī, *Ta'rīkh al-Ḥukamā', p.* 413 et Ibn Abī Uṣaybi'a, *'Uyūn al-anbā'*, éd. 1965, p. 437).

Or ces disciplines nouvelles – arithmétique indienne et algèbre – inconnues des Alexandrins, ne peuvent trouver leur place dans le cadre de la classification traditionnelle des sciences, sans, au minimum, en modifier le schéma général, sinon en bouleverser les conceptions sous-jacentes. Or, dans la classification d'Ibn Sinā, elles figurent au seul titre de « parties secondaires de l'arithmétique *(al-aqsām al-far'iyya)* ».

Sur cette notion, « parties secondaires de l'arithmétique », Ibn Sinā ne s'explique point ; il se contente de les énumérer. Voici ce qu'écrit Ibn Sinā :

> « Les parties secondaires des sciences mathématiques – des branches de la <science> des nombres : la science de l'addition et de la séparation du calcul indien ; la science de l'algèbre et d'al-muqābala. Et les branches de la science de la géométrie : la science de la mensuration, la science des procédés ingénieux mobiles ; la science de la traction des graves ; la science des poids et des balances ; la science des instruments particuliers aux arts ; la science des perspectives et des miroirs ; la science de l'hydraulique. Et les branches de l'astronomie : la science des tables astronomiques et des calendriers. Et les branches de la musique : l'utilisation des instruments merveilleux et curieux comme l'orgue et ses semblables » *(Parties des sciences rationnelles*, p. 112).

On sait ainsi seulement que l'arithmétique a pour parties secondaires le calcul indien et l'algèbre ; mais le nombre des disciplines arithmétiques évoquées par Ibn Sinà ne se borne pas à ces deux dernières, données dans sa classification des sciences.

personne afin d'édifier son âme : cela se nomme l'éthique » (*al-Shifā'* : *l'Isagogè*, p. 14).

Rien de bien nouveau dans cette conception. Si donc on s'arrête à ce parti pris aristotélicien d'Ibn Sīnā, on ne peut saisir le véritable rôle que jouent les mathématiques dans *al-Shifā'*. Peut-être faudrait-il se demander, avant tout, si une telle position de principe correspond à la connaissance mathématique du philosophe, et si la classification théorique reflète une éventuelle classification de fait. Mais pour mesurer et comprendre la distance, si elle existe, entre ces deux classifications, il est nécessaire de se référer au préalable aux études mathématiques d'Ibn Sīnā. Nous n'envisagerons que la seule Arithmétique, même si la Géométrie a fourni au philosophe des thèmes de réflexion (le cinquième postulat par exemple, comme dans le *Danish-Nameh).*

Si l'on se situe, d'abord, au seul plan biographique, on sait qu'Ibn Sīnā, en même temps qu'il recevait son enseignement philosophique, s'instruisait en arithmétique indienne et en algèbre. Ce n'est que plus tard qu'il apprendra la logique, les *Eléments* d'Euclide et *l'Almageste* ; témoignage qui nous est rapporté par les biobibliographes comme al-Bayhaqī, Ibn al-ʿImād, Ibn Khalikān, al-Qifṭī, Ibn Abī Uṣaybiʿa. Ainsi al-Bayhaqī rapporte :

> « Quand il eut dix ans, il savait par cœur certains textes fondamentaux de la littérature. Son père étudiait et méditait alors un opuscule des Frères de la Pureté. Lui aussi le méditait, et son père le dirigeait vers un marchand de légumes, qui connaissait le calcul indien et l'algèbre et al-muqābala, nommé Maḥmūd al-Massāḥ » (*Tārīkh Ḥukamā' al-Islām*, éd. Kurd Ali, p. 53).

C'est dans les mêmes termes qu'Ibn al-'Imād rappelle ce fait biographique, et cite Ibn Khalikān. Il écrit : « Quand il eut dix ans, il avait perfectionné la science du Glorieux Coran, de la littérature, et il savait par cœur certains fondements de la religion,

célèbre doctrine de l'Être ; leurs objets sont définis grâce à la théorie de l'abstraction ; quant à leur nombre, c'est celui, bien connu, qu'a transmis l'ancienne tradition grecque. Il s'agit donc de la science intermédiaire (*al-'ilm al-awsaṭ*) des trois disciplines qui constituent la philosophie théorique, dont les objets se répartissent entre la physique, les mathématiques et la métaphysique, ordre que suit la rédaction du *Shifā'*, en fonction de leur matérialité et de leur mobilité. Ainsi les mathématiques s'intéressent-elles à des objets abstraits du sensible, séparés des objets physiques, matériels et mobiles. Quant aux disciplines qui les constituent, ce sont celles du Quadrivium: Arithmétique, Géométrie, Astronomie et Musique. C'est à cette doctrine qu'Ibn Sīnā revient toujours, aussi bien dans l'*Isagogé*, que dans la *Métaphysique* d'*al-Shifā'*, ainsi que dans un opuscule consacré à la classification des sciences, entre autres écrits.

> « Les sortes de sciences ou bien s'attachent à considérer les êtres en tant qu'ils sont en mouvement, selon leur conception et leur constitution, et qu'ils concernent des matières et des espèces particulières ; ou bien s'attachent à considérer les êtres en tant que séparés de ces matières, selon la conception et non la constitution ; ou bien elles s'attachent à considérer les êtres en tant que séparés selon la constitution et la conception.
>
> La première partie de ces sciences est la physique ; la deuxième partie est les mathématiques pures, dont la science des nombres est célèbre. Quant à la connaissance de la nature des nombres en tant que nombres, elle n'appartient pas à cette science. La troisième partie est la métaphysique. Comme les êtres sont par nature selon ces trois parties, les sciences philosophiques théoriques sont celles-là. La philosophie pratique a trait soit à l'enseignement des opinions dont l'usage permet d'ordonner la participation aux choses humaines communes, et <cette partie> est connue comme l'organisation de la cité ; elle se nomme politique ; soit à ce qui permet d'ordonner la participation aux choses humaines privées, et <cette partie> est connue comme l'organisation de la maison <l'économique> ; soit enfin à ce qui permet d'ordonner l'état d'une seule

mathématicien qu'il le fait. Les mathématiques sont également pour le philosophe une source d'inspiration et un modèle d'argumentation. La tradition d'al-Kindī lui a survécu dans les écrits d'un Muḥammad ibn al-Haytham. Ibn Sīnā appartient en partie seulement à cette tradition. Sa connaissance mathématique, comme on peut le constater, est assez vaste tout en restant classique. Il connaissait les écrits d'Euclide, de Nicomaque de Gérase, de Thābit ibn Qurra sur les nombres amiables vraisemblablement, mais il était aussi familier de l'algèbre élémentaire, de la théorie des nombres et de certains travaux en analyse diophantienne. Il ignorait cependant, semble-t-il, la recherche contemporaine, comme l'atteste ses affirmations à propos de l'heptagone régulier. On peut donc affirmer sans risquer de se tromper qu'Ibn Sīnā avait une bonne connaissance des mathématiques, qui lui permettait de s'occuper de certaines applications, sans entreprendre une véritable recherche mathématique. C'est dire qu'il est aussi inexact de réduire la connaissance mathématique d'Ibn Sīnā aux *Éléments* d'Euclide et à *l'Introduction mathématique* de Nicomaque de Gérase, que d'en faire un mathématicien du Xe siècle, comme al-Kindī l'a bien été au IXe siècle. Pour ce grand logicien, métaphysicien et médecin, les mathématiques avaient un rôle différent de celui qu'elles avaient chez al-Kindī, elles ne sont pas seulement une source d'inspiration de certaines recherches philosophiques, mais font aussi partie intégrante de la synthèse philosophique. C'est précisément le sens de la présence dans *al-Shifā'* de quatre livres consacrés successivement aux disciplines du *quadrivium.* Toute la question est donc de mesurer les implications philosophiques de cette présence.

Et de fait, si l'on s'en tient aux affirmations théoriques d'Ibn Sīnā concernant le statut des mathématiques, la nature de leurs objets et le nombre des disciplines qui les composent, on peut conclure que celui-ci est l'héritier direct de la tradition : le statut des mathématiques est défini à l'aide de la théorie aristotélicienne de la classification des sciences, elle-même fondée sur la

réalité métaphysique. Mais on peut affirmer sans risque que ce qui est vrai pour l'imagination mathématique l'est *a fortiori* pour toutes les autres formes de cette faculté. L'évocation de cette proposition des *Coniques* semble, dans l'esprit de Maïmonide, avoir bien plus de force qu'un simple exemple : c'est un procédé d'argumentation que le métaphysicien emprunte aux mathématiques.

En conclusion : tout comme ses prédécesseurs depuis al-Kindī, Maïmonide a trouvé dans les mathématiques à la fois un modèle pour l'architechtonique, des procédés de démonstration et des moyens d'argumentation. Le rôle des mathématiques n'est donc pour lui nullement réduit à celui d'une propédeutique à l'enseignement de la philosophie. Nous comprenons a présent que, si Maïmonide a consacré temps et énergie à l'acquisition d'un savoir mathématique – même modeste – c'est qu'il la concevait, de même que ses prédécesseurs, comme une tâche profondément philosophique : celle de résoudre mathématiquement des problèmes métaphysiques.

II. Les mathématiques dans la synthèse philosophique et l'infléchissement « formel » de l'ontologie : Ibn Sīnā et Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī

Dans le monumental *al-Shifā'*, comme dans son livre *al-Najāt,* aussi bien que dans son *Danish-Nameh,* Ibn Sīnā (980-1037) réserve une place particulièrement importante aux sciences mathématiques. Pour s'en tenir au *Shifā',* il a consacré pas moins de quatre livres aux sciences mathématiques. Il faut encore ajouter quelques rédactions indépendantes en astronomie, en musique. Dans tous ces écrits, la présence des mathématiques, on ne l'a pas suffisamment entendu, possède deux significations à la fois. Nous avons vu qu'al-Kindī s'intéresse aux mathématiques à double titre, en philosophe mais aussi en mathématicien. Ainsi, lorsqu'il traite des miroirs ardents, de l'optique, des cadrans solaires, d'astronomie, et lorsqu'il commente Archimède, c'est en

laquelle « tout ce qui peut être imaginé est possible pour la raison ». Il veut pour cela établir la négation de cette thèse : il existe des choses que l'on ne peut pas imaginer, c'est-à-dire que l'on ne peut se figurer d'aucune manière par l'imagination, mais dont on peut établir l'existence par la démonstration. C'est dire que, pour Maïmonide, il n'existe aucun principe qui permette de passer de l'imagination à la réalité métaphysique. Il formule ainsi sa thèse :

> « Sache qu'il y a certaines choses que l'homme, lorsqu'il les considère par l'imagination, ne peut nullement se figurer, et qu'au contraire il trouve aussi impossibles par l'imagination que le serait la réunion des choses contraires ; et cependant, cette chose qu'il est impossible de s'imaginer, on peut établir par la démonstration qu'elle existe et en faire sortir la réalité » (*ibid.*, p. 210).

Dans ces termes, nous avons eu l'occasion de le montrer (Rashed, 1987), Maïmonide reprend en l'infléchissant le problème de la démonstration de ce que l'on ne peut concevoir, problème soulevé au Xe siècle par le mathématicien al-Sijzī. L'exemple invoqué par Maïmonide pour illustrer cette question est le même que celui discuté par son prédécesseur, la proposition 11. 14 des *Coniques* d'Apollonius relative aux asymptotes à une hyperbole équilatère : la courbe et ses asymptotes se rapprochent toujours à mesure qu'on les prolonge indéfiniment, sans pourtant se rencontrer.

> « Ceci, écrit Maimonide, ne peut être imaginé, et ne peut tomber en aucune manière dans le filet de l'imagination. Ces deux lignes sont l'une droite, l'autre courbe, ainsi qu'il y est exposé. Il est donc démontré l'existence de ce qu'on ne peut s'imaginer et qui ne saurait être saisi par l'imagination, mais lui paraît impossible » (*Dalālat al-Ḥā'irīn*, éd. Atay, p. 211).

L'imagination invoquée ici par Maïmonide est l'imagination mathématique : même pour celle-ci, rien n'assure le passage à la

le moteur est dit « séparé » de l'Orbe céleste. Si le moteur est en celui-ci, c'est ou bien une force diffuse en lui, ou bien une force indivisible, comme est l'âme pour l'homme. On se trouve ainsi face à quatre possibilités, dont Maïmonide va rejeter trois comme impossibles, à l'aide de différents lemmes. Reste pour finir la seule possibilité d'un non-corps extérieur à la sphère céleste, séparé d'elle, qui la meut d'un mouvement de déplacement dans l'espace. Maïmonide conclut son long raisonnement sur ces mots :

> « On a ainsi démontré (*faqad tabarhana*) que le moteur du premier Orbe, si son mouvement est éternel et continu, n'est nécessairement ni un corps ni d'aucune manière une puissance dans un corps, pour que son moteur ne puisse avoir un mouvement ni par essence ni par accident ; c'est pourquoi il n'admet ni division ni changement, comme on l'a mentionné dans le cinquième et le septième lemme. C'est Dieu, Glorieux soit Son Nom, c'est-à-dire la cause première qui meut l'Orbe céleste ; il est impossible qu'il soit deux ou plus... C'est ce qu'il fallait démontrer » (*ibid.*, p 272) .

Nous venons donc de voir que, pour Maïmonide, c'est en trois sens que les mathématiques se présentent comme conditions de la connaissance métaphysique. Le plus immédiatement, les mathématiques sont un exercice de l'esprit. En second lieu, elles fournissent un modèle de construction – une architectonique – permettant de parvenir à la certitude. Enfin, elles offrent des procédés de démonstration : la méthode apagogique notamment. Mais ces rapports entre mathématiques et métaphysique ne sont pas les seuls que l'on rencontre dans le *Guide*. Nous avons naguère attiré l'attention sur un autre rapport, non moins important : les mathématiques peuvent jouer le rôle de moyen d'argumentation en métaphysique. L'exemple le plus fameux, et le plus pertinent, est précisément tiré des *Coniques* d'Apollonius : l'asymptote à une hyperbole équilatère permet de penser le problème des rapports entre imaginer et concevoir. Dans sa critique d'*al-Kalām*, Maïmonide entend en effet réfuter la thèse selon

nomie, attendu qu'il faudrait déterminer les propriétés des choses qui n'existent pas encore.

L'architechtonique de cette partie du *Guide* est assurément conçue à la façon d'un exposé mathématique, selon l'ordre de la géométrie. Cet ordre apparaît en fait comme une condition de la certitude d'une connaissance métaphysique, notamment celle de Dieu, de son existence, de son unicité et de son incorporalité. C'est cette idée séminale, déjà présente chez al-Kindī, que l'on retrouvera plus tard chez Spinoza. Mais, comme l'avait noté Crescas, tout le problème reste de savoir si ces vingt-cinq propositions ont été effectivement démontrées ; et si, d'autre part, on peut véritablement en déduire « le théorème ». Ces deux questions ne cesseront de hanter les successeurs de Maïmonide. Ainsi le commentaire d'al-Tabrīzī est destiné à démontrer ces propositions, et celui de Crescas obéit à la même intention. Maïmonide lui-même tente cette déduction, que nous ne pouvons suivre que très schématiquement, mais en soulignant l'esprit dans lequel elle a été faite.

D'après le vingt-cinquième lemme, toute substance individuelle composée a besoin pour exister d'un moteur, qui prépare convenablement la matière et la rend propre à recevoir la forme. Mais, d'après le quatrième lemme, il existe nécessairement un autre moteur, qui peut ne pas être de même espèce, précédant ce dernier moteur. Or, suivant le troisième lemme, cette chaîne de moteurs / mobiles est nécessairement finie : le mouvement aboutit donc à la sphère céleste pour s'y arrêter. Celle-ci est animée d'un mouvement de déplacement, puisque ce mouvement précède tout autre mouvement pour les quatre catégories du changement, selon le quatorzième lemme. Or, d'après le dix-septième lemme, tout ce qui se meut a nécessairement un moteur, donc la sphère céleste a nécessairement un moteur. Ce moteur, ou bien est extérieur au mobile, ou bien il est en lui. C'est là une division nécessaire. Si le moteur lui est extérieur, ou bien c'est un corps extérieur à la sphère céleste, ou bien il n'est pas dans un corps ; dans ce dernier cas,

tion irréductible entre les deux vérités, révélée et philosophique, sur l'éternité du monde. Pour que la preuve soit à l'image de la preuve mathématique, c'est-à-dire véritablement apodictique, il faut qu'elle soit toujours valable, que l'on croie ou non à l'éternité du monde. C'est donc pour ainsi dire en mathématicien que Maïmonide introduit dans le système, et ceci contre sa propre conviction, l'éternité du monde à titre de postulat, portant ainsi le nombre des propositions liminaires à vingt-six. À ce propos, il écrit sans la moindre ambiguïté :

> « J'ajoute aux lemmes précédents (les vingt-cinq) un seul lemme qui nécessite l'éternité ; Aristote *prétend* qu'il est vrai et mérite d'être cru en premier, nous l'admettons donc d'une manière conventionnelle (*ʿalā jihat al-taqrīr*), afin de montrer ce que nous avons voulu démontrer » (*Guide des Égarés*, éd. Atay, p. 268),

C'est donc en tant que postulat nécessaire à la complétude du système, et, de ce fait, à la déduction de son « théorème », que Maïmonide introduit l'éternité du monde. Cet aspect conventionnel – mais non arbitraire – de la proposition, prend tout son éclat lorsqu'on sait que Maïmonide ne croit pas à la doctrine de l'éternité du monde. Lisons ce qu'il écrit, par exemple:

> « La véritable manière pour moi, qui est la voie démonstrative, non susceptible d'aucun doute, est d'établir l'existence de Dieu, son Unicité et la négation de sa corporalité par les voies des philosophes, mais fondées sur l'éternité du monde ; non pas que je croie à l'éternité du monde ou que je la leur accorde, mais parce que c'est par cette voie que la démonstration devient valide ; et l'on atteint la certitude parfaite par ces trois choses, c'est-à-dire l'existence de Dieu, qu'il est unique et qu'il n'est pas un corps, sans prendre soin de juger si le monde est éternel ou créé » (*ibid.*, p.183),

En fait, Maïmonide savait que le problème de l'éternité du monde ne peut pas avoir une solution positive ; d'aucuns diraient plus tard que la raison dialectique s'y heurte à une anti-

meut un autre se meut également lors de ce mouvement » *(ibid.*, p. 248*)* Ainsi avance l'énoncé des propositions liminaires, dont la quatorzième pose que le déplacement précède tous les mouvements, et la vingt-cinquième que toute substance individuelle composée a une matière et une forme.

Ces vingt-cinq lemmes, dont nous venons de rappeler quelques-uns, relèvent tous de la philosophie aristotélicienne. Ils ne sont cependant pas homogènes : leur origine les sépare, ainsi que leur complexité logique. Maïmonide n'ignore nullement cette hétérogénéité, et nous livre globalement ses sources : « La *Physique* et ses commentaires », et « La *Métaphysique* et son commentaire ». Pour les livres de la *Physique* et de la *Métaphysique*, il est aisé de les identifier : le troisième et le huitième livre de la *Physique* et le dixième et le onzième de la *Métaphysique*. Mais s'il s'agit de localiser avec précision les commentaires de la *Physique* et le commentaire de la *Métaphysique*, le problème est tout autre, et c'est une tâche qui n'est pas la nôtre ici. La complexité logique des lemmes est ainsi décrite par Maïmonide : « Il y a des lemmes clairs par la moindre considération et par des prémisses démonstratives et des notions intelligibles premières ou proches de celles-ci » et « il y a des lemmes qui nécessitent des démonstrations et de nombreuses prémisses mais qui ont été démontrées par une démonstration indubitable » *(Guide des égarés*, éd. Atay, p. 268). Autrement dit, il y a des lemmes qui sont si proches des axiomes qu'ils sont évidents par « la moindre considération *(aysar ta'mmul)* » ; et d'autres en sont si loin qu'ils exigent plusieurs propositions intermédiaires pour pouvoir être établis, mais cela a été fait par Aristote, ses commentateurs et ses successeurs. Les vingt-cinq lemmes du système se partagent entre les deux espèces.

Maïmonide n'ignore pas qu'une preuve, pour mériter son nom, doit être à la fois universelle et contraignante. Or, tel ne pourra être le cas de la question traitée ici, eu égard à l'opposi-

l'exposition. Dans le *Guide*, ces éléments sont au nombre de vingt-cinq ; vingt-cinq lemmes dont la plupart sont évoqués par leur énoncé, mais qui tous ont été considérés par Maïmonide comme rigoureusement démontrés par les prédécesseurs. A ces lemmes, il ajoute un postulat, et c'est de ces vingt-six propositions qu'il déduit son « théorème principal » : DIEU EXISTE, IL EST UNIQUE, ET IL N'EST NI UN CORPS NI DANS UN CORPS. L'intérêt de ce passage du *Guide* tient moins à la force de la preuve, qu'à l'agencement délibéré en métaphysique d'un exposé *more geometrico*. Les premiers lemmes sont eux-mêmes susceptibles d'un traitement logico-mathématique depuis Aristote, réactivé par al-Kindī, ensuite repris par maints métaphysiciens comme Ibn Zakariyā al-Rāzī, Abū al-Barakāt al-Baghdādī (XIe-XIIe siècle), Fakhr al-Din al-Rāzī (1150-1210), Naṣīr al-Din al-Ṭūsī (1201-1274), entre autres ; enfin, ils se retrouvent groupés dans le commentaire du *Guide* par al-Tabrīzī, et dans celui de Hasdai Crescas (1340-ca 1412) ensuite. Il s'agit de l'impossibilité d'une grandeur infinie, et de l'impossibilité d'un nombre infini de grandeurs coexistantes. Le troisième lemme énonce l'impossibilité d'une chaîne infinie de causes-effets, matériels ou non, ce qui condamne d'avance la régression à l'infini des causes. À ces trois lemmes succèdent trois énoncés. Le premier porte sur le changement : le changement se produit selon quatre catégories, la substance, la quantité, la qualité et le lieu. Le second concerne le mouvement : tout mouvement est un changement, et passage de la puissance à l'acte. Le troisième énoncé énumère les espèces du mouvement. Le septième lemme est ainsi énoncé : « Tout sujet de changement est divisible, c'est pourquoi tout ce qui se meut est divisible et c'est nécessairement un corps ; inversement aucun indivisible ne se meut, et c'est pourquoi ce n'est nullement un corps » *(Guide des Égarés*, éd. Atay, p.245*)* Le huitième lemme affirme que « tout ce qui est en mouvement par accident s'arrête nécessairement » *(ibid.*, p 247*)*, Le neuvième, que « tout corps qui en

philosophie depuis al-Kindī (voir son traité sur la quantité des livres d'Aristote), qui consiste à atteindre la vérité transmise par les écritures par la voie de la raison, de la spéculation philosophique. Or pour accomplir cette tâche, voire simplement l'engager, il fallait admettre une parfaite concordance entre les deux ordres de vérité, celle des Écritures et celle de la raison et de la philosophie. Cette « concordance » repose sur un principe ainsi formulé par Ibn Rushd (1126-1198) : « une vérité ne contredit pas une vérité mais s'accorde avec elle et témoigne en sa faveur » (*Faṣl al-maqāl,* p. 32). En cela, le moyen pour lequel Maïmonide a opté est le même que celui dont s'étaient munis ses prédécesseurs : « la voie démonstrative susceptible d'aucun doute *(al-ṭarīq alladhi lā rayba fīhi)* » *(Guide des Égarés,* éd. Atay, p. 187), c'est-à-dire d'établir par la « démonstration véritable *(al-burhān alḥaqīqī)* » les vérités du dogme : l'existence de Dieu, son unicité et son incorporalité. Or une telle démonstration ne pouvait procéder, pour ces philosophes, que selon le modèle mathématique. Mais, pour qu'il en fût ainsi, il fallait user d'un autre langage que celui de la Révélation, un langage dont les concepts, définis par la seule raison, fussent dotés d'une certaine neutralité ontologique.

La « démonstration véritable », c'est-à-dire selon le modèle mathématique, est donc la voie nécessaire pour que les vérités de la Révélation accèdent aussi au statut de vérités de raison, lequel n'est nullement le propre d'une religion particulière, révélée ou non. Tel est le premier rapport entre mathématiques et philosophie. Mais ces rapports, on le verra, sont étagés. Tout d'abord, la démarche générale de Maïmonide consiste à emprunter les notions à la philosophie aristotélicienne de ses prédécesseurs, et, aux mathématiques, les procédés d'exposition et de démonstration ; c'est, par exemple, la démarche qui est à l'œuvre dans la partie principale du second livre du *Guide.* La méthode suit donc celle des géomètres, auxquels on doit certains procédés – notamment la *reductio ad absurdum* – pour établir chaque élément de

trent comment al-Kindī articulait à la fois les principes et les moyens mathématiques et la philosophie dans la tradition aristotélicienne du néo-platonisme. Notons toutefois que le philosophe al-Kindī, était aussi mathématicien comme l'attestent ses travaux en optique (Rashed, 1996), et en mathématiques (Rashed, 1993a). En philosophie, il était aussi familier non seulement des écrits d'Aristote et de la tradition aristotélicienne et néo-platonicienne, mais aussi des commentaires d'aristotéliciens comme Alexandre.

Maïmonide (1135-1204), lui, sans être mathématiquement productif comme al-Kindī, était informé en mathématiques.

Le philosophe connaissait à l'évidence assez de mathématiques pour tenter, plume à la main, de lire, peut-être même d'enseigner et de commenter, des œuvres mathématiques comme les *Coniques* d'Apollonius, c'est-à-dire du niveau le plus élevé de l'époque. Mais son commentaire ne porte jamais sur les idées essentielles, sur les propriétés véritablement étudiées dans cette œuvre ; il s'attache seulement aux techniques élémentaires de démonstration, enseignées, pour la plupart, dans les six premiers livres des *Éléments* d'Euclide. En bref et en clair, son commentaire n'est nullement au niveau des œuvres commentées. Mais alors, pourquoi Maïmonide a-t-il mobilisé temps et énergie – considérables, sans doute – pour aboutir à un si maigre résultat ? Certes, on peut invoquer, selon les termes de Maïmonide lui-même, le rôle des mathématiques pour entraîner l'esprit *(tarwīḍ al-dhihn)* à parvenir à la perfection humaine *(Guide des Égarés*, éd. Atay, p, 76). Mais il y a bien plus : il s'agit des autres rapports entre mathématiques et philosophie. Nous nous en tiendrons aux plus importants.

Le point de départ de Maïmonide, faut-il le rappeler, est le dogme, et non pas la philosophie : « éclairer, dit-il, les difficultés du dogme *(mushkilāt al-sharī'a)*, et rendre manifestes ses vérités cachées qui dépassent de loin la compréhension du commun » *(ibid.*, p. 282). C'est là une des principales tâches de la

les unes que les autres sont égales ; ou comme celle-ci : si on ajoute à l'une des grandeurs homogènes égales une grandeur qui lui est homogène, alors elles deviennent inégales *[ibid., p.* 160]. Enfin, al-Kindī procède par démonstration à l'aide de *reductio ad absurdum,* en utilisant une hypothèse : la partie d'une grandeur infinie est nécessairement finie.

C'est cette voie qu'al-Kindī suit dans bien d'autres de ses écrits. Toujours à l'exemple de la *Philosophie première,* il procède *more geometrico* dans son épître *Sur la quiddité de ce qui ne peut être infini et de ce qu'on appelle infini,* qu'al-Kindī veut démontrer l'impossibilité que le monde et le temps soient infinis. Ici encore al-Kindī commence par énoncer quatre prémisses : 1° « De toute chose dont on retranche une chose, ce qui reste est plus petit que ce qui était avant qu'elle ne fût diminuée » ; 2° « De toute chose si l'on retranche une chose, si l'on restitue à celle-là ce qu'on en avait retranché, elle revient à la quantité initiale », 3° « Pour toutes choses finies, si on les réunit, on obtiendra une chose finie » ; 4° « Si l'on a deux choses dont l'une est plus petite que l'autre, alors la plus petite mesure la plus grande ou en mesure une part, et si elle la mesure tout entière, alors elle en mesure une part » (Rashed et Jolivet, 1998, p. 150). À partir de ces prémisses directement inspirées des *Éléments* d'Euclide, al-Kindī entend établir sa proposition philosophique. Il suppose alors un corps infini duquel on ôte quelque chose de fini et l'on se demande si ce qu'il en reste est fini ou infini. Il montre alors que l'une et l'autre de ces hypothèses conduisent à des contradictions et il en conclut qu'il ne peut exister de corps infini. Il poursuit en montrant qu'il en est donc de même pour les accidents du corps et notamment pour le temps ; or le temps, le mouvement et le corps s'impliquent réciproquement. Il montre ensuite qu'il n'y a pas de temps infini *a parte ante* et que ni le corps, ni le mouvement, ni le temps ne sont éternels. Il n'y a donc pas de chose éternelle, il n'y a d'infini qu'en puissance, comme dans le cas du nombre. Ces exemples très brièvement évoqués, mon-

comme modèle et comme méthode : le rationnel peut être atteint d'une manière concise, très ramassée et presque instantanée par la révélation, il peut l'être également par un effet collectif et cumulatif – celui des philosophes – à partir des vérités de raison, indépendantes de la révélation, qui doivent répondre aux critères de la preuve géométrique. Ces vérités de raison, qui servent de notions primitives et de postulats, sont fournies à l'époque d'al-Kindī par la tradition aristotélicienne du néo-platonisme. Ce sont elles qui sont choisies pour remplacer les vérités qu'offrait la révélation dans la théologie philosophique, dans la mesure où elles peuvent satisfaire aux exigences d'une pensée géométrique et permettre un exposé d'allure axiomatique. C'est alors que « l'examen mathématique *(al-faḥṣ al-riyāḍī)* » devient l'instrument de la métaphysique.

C'est en fait le cas pour les épîtres en philosophie théorique, à l'exemple de la *Philosophie première,* de *l'Épître pour expliquer la finitude du corps du monde,* etc. (Rashed et Jolivet, 1988). Pour prendre l'exemple de ce dernier texte, al-Kindī procède de manière ordonnée pour démontrer l'inconsistance du concept de corps infini. Il commence par définir les termes primitifs : *grandeur* et *grandeurs homogènes.* Il introduit ensuite ce qu'il appelle «proposition certaine *(qaḍiyya ḥaqq)*» *[ibid., p. 161, l. 16],* ou, comme il l'explique ailleurs, «les prémisses premières, vraies et intelligibles immédiatement *(al-muqaddimāt al-uwal al-ḥaqiyya al-ma'qūla bi-lā tawassuṭ)*» *[Philosophie Première, ibid., p. 29, l. 8],* ou encore «les prémisses premières, évidentes, vraies et immédiatement intelligibles *(al-muqaddimāt al-ūlā al-wāḍiḥa al-ḥaqiyya al-ma'qūla bi-lā tawassuṭ)*» *[Sur l'unicité de Dieu et la finitude du corps du monde, ibid., p. 139, l. 1]* c'est-à-dire des propositions tautologiques. Celles-ci sont formulées en termes de notions primitives, de relations d'ordre sur elles, des opérations de réunion et de séparation sur elles, de prédications : finies et infinies. Il s'agit de propositions comme celle-ci : les grandeurs homogènes qui ne sont pas plus grandes

ce cas, être un simple répétiteur en philosophie, si tant est qu'il soit capable de retenir par cœur. Al-Kindī écrit, après avoir donné les différents groupes de livres d'Aristote :

> «Ce sont là les nombres de ses livres [d'Aristote], que nous avons précédemment mentionnés, et dont le philosophe parfait a besoin de posséder la connaissance après les mathématiques, c'est-à-dire celles que j'ai définies par leurs noms ; car si quelqu'un est démuni des mathématiques, c'est-à-dire de l'arithmétique, de la géométrie, de l'astronomie et de la musique, pour ensuite utiliser ces livres toute sa vie, il ne pourra pas cependant parfaire la connaissance de ceux-ci, et tout son effort ne lui fera gagner que la <capacité> de répéter, s'il sait retenir par cœur ; quant à leur connaissance profonde et à l'acquisition de celle-ci, elles n'existent absolument pas s'il est démuni des mathématiques » *(ibid., I, pp. 369-370).*

Les mathématiques sont donc, pour al-Kindī, à la base du cursus philosophique. En approfondissant leur rôle dans la philosophie d'al-Kindi – ce qui n'est pas notre objet ici – on pourra saisir plus rigoureusement la spécificité de son œuvre. Celle-ci, en effet, apparaît souvent chez les historiens sous deux éclairages bien distincts. Selon la première interprétation, al-Kindī se présente comme un représentant musulman de la tradition aristotélicienne du néo-platonisme, un philosophe d'une antiquité doublement tardive. La seconde voit en lui un continuateur de la théologie philosophique *(kalām),* un théologien qui aurait changé de langue pour parler celle de la philosophie grecque. Mais si on restitue aux mathématiques le rôle qui leur revient dans l'élaboration de sa philosophie, les options fondamentales d'al-Kindī s'articuleront à nos yeux : pour l'une, issue de ses convictions islamiques explicitées et formulées dans la tradition de la théologie philosophique, notamment celle d'*al-Tawḥīd* (la doctrine de l'unicité de Dieu), la révélation nous livre le vrai, lequel est unique et rationnel ; la seconde renvoie aux *Éléments* d'Euclide

2° Les mathématiques dans la synthèse philosophique. C'est avec la première synthèse connue, celle d'Ibn Sīnā, que les mathématiques interviennent en personne dans l'œuvre philosophique. L'un des résultats, et non des moindres, est l'infléchissement « formel » de l'ontologie ; ce qui a permis le traitement mathématique d'un problème philosophique. On considère ici tout naturellement la contribution d'Ibn Sīnā, philosophe bien informé mathématiquement, continuée par le mathématicien Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī.

3° Le troisième thème a été cultivé surtout par les mathématiciens aux prises avec le problème de l'invention mathématique. Il s'agit de *l'ars inveniendi* et de *l'ars analytica,* avec Thābit ibn Qurra, Ibrāhīm ibn Sinān, al-Sijzī et Ibn al-Haytham.

On notera qu'il s'agit, dans ces chapitres, non seulement de travaux individuels, mais d'une véritable tradition marquée par des noms et des titres et qui s'est poursuivie pendant quelques siècles tout au moins.

I. Les mathématiques comme conditions et modèles de l'activité philosophique : al-Kindī, Maïmonide

Les liens entre la philosophie et les mathématiques sont essentiels à la reconstitution du système d'al-Kindī (IXe siècle) ; c'est bien une telle dépendance qu'éprouve le philosophe, lorsqu'il écrit un livre intitulé *La Philosophie ne peut être acquise que par la discipline mathématique* (Ibn al-Nadīm, éd. 1971, p. 316), et lorsque dans son épître *Sur la quantité des livres d'Aristote (Rasā'il,* éd. Abū Rida, 1, pp. 363-384), il présente les mathématiques comme propédeutique à l'enseignement philosophique. Il va même, dans cette épître, jusqu'à interpeller l'étudiant en philosophie, en le prévenant qu'il se trouve face à l'alternative suivante : commencer par l'étude des mathématiques, avant d'aborder les livres d'Aristote, regroupés selon l'ordre par lui reproduit, et alors il pourra espérer devenir un vrai philosophe ; ou bien faire l'économie des mathématiques, pour, dans

al-Ḥasan ibn al-Haytham [voir Rashed, 1993c, 11, pp. 8-19 ; 2000, 111, pp. 937-941) ; celle des mathématiciens philosophes comme Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī, etc., et celle des mathématiciens comme Thābit ibn Qurra, son petit-fils Ibrāhīm ibn Sinān, al-Qūhī, Ibn al-Haytham, etc. Se restreindre aux uns ou aux autres, lorsqu'on examine les rapports entre philosophie et mathématiques, c'est se condamner à perdre une dimension essentielle en ce domaine.

Nous avons tenté à plusieurs reprises d'exhiber certains thèmes de cette philosophie des mathématiques ; simplement quelques coups de sonde pour révéler la richesse d'un domaine, car il s'agit bien de cela, plus qu'un examen systématique de celui-ci. Un tel projet mérite en effet un gros livre, à écrire. Il reste que la voie qui nous a semblé la mieux adaptée s'écarte de la pure relation des vues que les philosophes ont pu exposer sur les mathématiques et leur importance ; elle recherche davantage les thèmes abordés, les rapports intimes qui unissent les mathématiques à la philosophie, et leur rôle dans l'échafaudage des doctrines et des systèmes, c'est-à-dire le rôle organisateur des mathématiques, Pour les philosophes mathématiciens, nous montrons notamment comment ils procèdent à la solution mathématique des problèmes philosophiques, démarche féconde, génératrice de nouvelles doctrines, voire de nouvelles disciplines. Chez les mathématiciens, nous dégagerons ces tentatives de résoudre philosophiquement des problèmes mathématiques, et nous verrons qu'il s'agit là d'une démarche nécessaire et profonde.

Pour éclaircir quelque peu ces différentes situations, j'aborderai successivement les thèmes suivants :

1° Les mathématiques comme conditions et sources de modèles pour l'activité philosophique. Parmi les nombreux philosophes qui peuvent illustrer ce thème nous avons opté pour deux seulement : un philosophe mathématicien et un philosophe, qui sans être mathématicien, était informé en mathématiques. Le premier est al-Kindī, le second Maïmonide.

objet d'étude : celui-ci s'emploie en effet à l'éclaircissement de la connaissance mathématique elle-même, en étudiant son objet, ses méthodes, en sondant les caractères de son apodicticité. D'un bout à l'autre de l'histoire de la philosophie, on n'a cessé de s'interroger sur les conditions de cette connaissance mathématique, sur sa genèse, son pouvoir d'extension, la nature de la certitude qu'elle atteint et la place qu'elle occupe au sein des autres savoirs. Les philosophes de l'Islam classique ne font pas exception à la règle : al-Kindī, al-Fārābī, Ibn Sīnā, Ibn Bājja, Maïmonide, parmi bien d'autres, ne font pas exception à la règle.

D'autres liens se sont noués entre mathématiques et philosophie théorique, quoique moins apparents. Il n'est pas rare qu'elles collaborent afin de forger une méthode, voire une logique, comme la rencontre d'Aristote et d'Euclide à propos de la méthode « axiomatique », ou l'appel d'al-Ṭūsī à l'analyse combinatoire pour résoudre le problème philosophique de l'émanation à partir de l'un. Mais, de toutes les formes que peut revêtir ce rapport, il en est une qui retient particulièrement l'attention, et qui cette fois est l'œuvre du mathématicien et non du philosophe : nous voulons parler de ces doctrines que les mathématiciens ont élaborées pour justifier leur propre pratique. Les conditions les plus propices à ces constructions théoriques se trouvent réunies lorsque le mathématicien, à l'avant-garde de la recherche de son temps, se heurte à une difficulté insurmontable, effet de l'inadéquation des techniques mathématiques disponibles aux objets nouveaux qui commencent tout juste à se profiler. Que l'on pense aux diverses variantes de la théorie des parallèles, notamment à partir de Thābit ibn Qurra (m. 901), à une sorte d'*analysis situs* conçue par Ibn al-Haytham aux doctrines des indivisibles au XVIIe siècle.

Les rapports entre philosophie théorique et mathématiques s'établissent pour l'essentiel dans trois types d'œuvre : celle des philosophes, celle des philosophes mathématiciens comme al-Kindī, Muḥammad ibn al-Haytham (à ne pas confondre avec

La situation est, pour tout dire, un peu paradoxale : sept siècles durant, une recherche scientifique et mathématique des plus avancées s'élaborait en arabe, et dans les centres urbains de l'Islam. Est-il vraisemblable que les philosophes, parfois eux-mêmes mathématiciens, médecins, etc., soient restés reclus dans leur activité philosophique, indifférents aux mutations qui s'opéraient sous leurs yeux, aveugles aux résultats scientifiques qui se succédaient ? Comment imaginer que, face à un foisonnement sans précédent de disciplines et de succès : astronomie critique des modèles ptolémaïques, optique réformée et renouvelée, algèbre créée, géométrie algébrique inventée, analyse diophantienne transformée, théorie des parallèles discutée, méthodes projectives élaborées etc., les philosophes soient demeurées insensibles au point de rester confinés dans le cadre relativement étroit de la tradition aristotélicienne du néo-platonisme ? L'apparente pauvreté de la philosophie de l'Islam classique est sans doute plutôt le fait des historiens que de l'histoire.

Et cependant, examiner les rapports entre philosophie et science, ou philosophie et mathématiques – ce à quoi nous nous bornons ici – tels qu'ils apparaissent chez les seuls philosophes, c'est faire seulement le tiers du chemin. Il faut en effet également interroger les mathématiciens-philosophes, et les mathématiciens. Mais ce parti pris de ne considérer que les seules mathématiques exige d'abord une explication, d'autant plus nécessaire que la démarche n'est en rien l'apanage de la philosophie islamique.

Aucune discipline scientifique n'a, autant que les mathématiques, contribué à la genèse de la philosophie théorique ; aucune n'a entretenu avec la philosophie des liens aussi nombreux ni aussi anciens. Depuis l'antiquité, les mathématiques n'ont cessé d'offrir à la réflexion des philosophes des thèmes centraux ; elles ont fourni des méthodes d'exposition, des procédés d'argumentation, parfois même des instruments appropriés à leurs analyses. Enfin, elles s'offrent elles-mêmes au philosophe comme

études enrichissent et rectifient le tableau, et reflètent plus fidèlement l'activité philosophique du temps. Ils permettent aussi de mieux saisir la place de l'héritage grec dans la philosophie islamique.

Mais les sciences et les mathématiques n'ont pas encore reçu les mêmes faveurs que le droit, le *kalām,* la linguistique ou le soufisme, et, aujourd'hui encore, les rapports, selon nous essentiels, entre sciences et philosophie – et notamment entre mathématiques et philosophie – sont laissés pour compte. Certes, il arrive parfois que l'on aborde les rapports entre mathématiques et philosophie chez les philosophes de l'Islam comme al-Kindī, al-Fārābī, Ibn Sīnā, etc. ; mais d'une manière pour ainsi dire toute extérieure. L'on expose alors leurs vues sur les rapports entre les deux domaines, on cherche à rattacher ces vues aux doctrines platoniciennes ou aristotéliciennes, on inspecte l'éventuelle influence de néo-pythagoriciens. C'est dire que l'on ne cherche jamais à comprendre les répercussions de leurs savoirs mathématiques sur leurs philosophies, ni même l'impact de leurs activités de savants, qu'ils étaient dans la grande majorité des cas, sur leurs doctrines philosophiques. Cette carence n'est pas imputable aux seuls historiens de la philosophie ; la responsabilité en incombe aussi aux historiens des sciences. Il est vrai que l'examen des rapports entre sciences et philosophie exige un registre de compétences particulièrement vaste : un savoir linguistique bien plus fin que celui qui suffit à la géométrie, syntaxiquement élémentaire et lexicalement pauvre ; une connaissance de l'histoire de la philosophie elle-même. Si à ces exigences on ajoute une conception des rapports entre science et philosophie héritée du positivisme ambiant, on comprend mieux cette profonde indifférence des historiens des sciences à leur égard. Et pourtant, nul besoin de rappeler que les liens qu'entretiennent les sciences et la philosophie font partie intégrante de l'histoire des sciences.

PHILOSOPHIE DES MATHÉMATIQUES

Les historiens de la philosophie islamique portent un intérêt tout particulier à ce que d'aucuns se plaisent parfois à nommer *falsafa*. Telle qu'ils la conçoivent, ce serait une de ces doctrines de l'Être et de l'Âme élaborées par les auteurs de la culture islamique, indifférentes aux autres savoirs et indépendantes de toute détermination si ce n'est le lien qu'ils entretiennent avec la religion. Ces philosophes seraient donc dans la tradition aristotélicienne du néo-platonisme, héritiers de l'Antiquité tardive aux couleurs de l'Islam. Ce parti pris historique assure, apparemment au moins, un passage sans heurt d'Aristote, de Plotin et de Proclus, entre autres, aux philosophes de l'Islam à partir du IXe siècle. Mais c'est au prix fort : il aboutit souvent, mais pas toujours, à une image pâle et appauvrie de l'activité philosophique, et transforme l'historien en archéologue, dépourvu toutefois des moyens de ce dernier. Il n'est pas rare en effet que l'historien se fixe pour tâche principale de fouiller le terrain de la philosophie islamique, à la recherche de vestiges des travaux grecs perdus dans leur langue d'origine et conservés dans leur traduction arabe, ou, à défaut, qu'il se satisfasse des traces des écrits des philosophes de l'Antiquité, souvent étudiés avec compétence et talent par les historiens de la philosophie grecque.

Récemment, il est vrai, certains historiens se sont tournés vers les doctrines élaborées sur d'autres terrains, en marge du sillage de l'héritage grec : la philosophie du droit, magistralement développée par les juristes ; la philosophie du *kalām*, c'est-à-dire des théologiens philosophes, profonde et raffinée ; le soufisme des grands maîtres comme al-Ḥallāj et Ibn 'Arabī, etc. De telles

sociale à la tradition conceptuelle ressemble comme une sœur à l'ambition d'étendre la psychologie à la logique : celle-ci a naguère abouti au fameux "psychologisme" qui a déclenché les foudres de philosophes comme Kant, Husserl ou Cavaillès ; celle-là ne manquera pas d'aboutir à l'"historicisme", c'est-à-dire à la voie la plus sûre vers l'irrationalisme. Bien plus, la thèse de l'extension de l'histoire sociale ne peut se défendre elle-même, car elle sera à son tour de l'ordre de la contingence, et le cercle vicieux sera fermé. D'autre part, si l'on veut qu'elle soit possible, il faut évacuer de la science la valeur de vérité et la distinction entre le vrai et le faux. À l'inverse, étendre l'histoire conceptuelle à la tradition objectale mène à une "histoire pure", à une philosophie de l'histoire. Or tout le problème de l'histoire des sciences, en quoi se résume au reste toute sa difficulté, tient à cela : la production des faits de la science, bien déterminés comme production des hommes et résultats de leurs actions, dépasse comme effet les conditions contingentes de son avènement, et les transcendent pour s'en distinguer par ses caractères de nécessité. En bref et en clair, tout le problème est de savoir comment dans la contingence émerge le nécessaire. L'historien des sciences se révèle alors ce qu'il a toujours tenté d'être : ni un "critique des sciences", à l'exemple d'un critique d'art ; ni un historien, au sens où on entend un spécialiste de l'histoire sociale ; ni un philosophe, comme les philosophes des sciences, mais bien simplement un phénoménologue des structures conceptuelles, de leur genèse et de leurs filiations, au sein des traditions conceptuelles toujours en transformation.

autant pouvoir nous informer sur la constitution des modèles théoriques valides. C'est à l'histoire des sciences, semble-t-il, que revient en propre cette dernière tâche ; c'est elle qu'elle doit définir si elle veut se constituer comme véritable discipline. Les travaux sur la tradition "objectale", dont l'historien des sciences ne peut sans aucun doute se passer, relèvent d'autres spécialités soumises à d'autres critères, et qui vont de l'archéologie à la psychologie sociale en passant par la codicologie aussi bien que l'économie, entre autres. Entre tradition objectale et tradition conceptuelle, les différences ne renvoient pas seulement aux objets et aux méthodes ; elles s'enracinent bien plus profondément, dans la nature même de leur nécessité. Peut-être est-ce là d'ailleurs que réside la source de tous les conflits et de toutes les controverses, ou, si l'on préfère les expressions toutes faites, la raison du clivage entre "internalistes et externalistes", adeptes de l'"histoire sociale" et historiens des sciences. La tradition objectale en effet traite, pour le dire vite, de nos actions : des combinés psychologiques, sociaux et historiques, des êtres là et maintenant, bref, des faits contingents. La formation d'une académie, le fonctionnement d'un grand centre de recherche, l'organisation d'un laboratoire, les modes de transmission du savoir, le support matériel du texte, l'affectation des ressources, l'appartenance sociale du savant, son profil psychologique, etc., sont autant de faits contingents. Même si la psychologie, la sociologie, l'économie ... peuvent y repérer quelque nécessité, il n'y en a aucune dans leurs rapports aux faits de la science. En revanche, c'est bien à leur caractère de nécessité que ces faits doivent d'être reconnaissables. Tel est le cas d'un théorème mathématique, d'une loi physique, etc. C'est du reste pour cela qu'un fait objectal n'est pas susceptible d'être vrai ou faux, tandis que pour le fait conceptuel le caractère de nécessité est aussi un critère de vérité. On comprend dès lors que toute vocation globalisante soit condamnée par avance à l'échec théorique. C'est ainsi qu'aujourd'hui la tentation florissante – et naïve – d'étendre l'histoire

géométrique, le second algorithmique – chacune peut parler le langage de l'autre, et toutes deux sont traduisibles dans la langue standard de l'analyse. Ce trait fondamental n'est pas propre aux seules mathématiques, mais il est commun à tous les savoirs scientifiques, même ceux dont les objets sont phénoméno-techniques, selon l'expression de G. Bachelard.

Avec la science, grâce à une certaine clôture épistémologique qui la caractérise, la notion de tradition conceptuelle s'affranchit bien davantage que dans la pré-science de la tradition "objectale" correspondante. Le rôle des éléments exogènes non seulement devient minime, mais, surtout, se trouve contrôlé, lors de la constitution des modèles théoriques et de la démonstration de leur validité. La surveillance linguistique et technique protège contre les Dieux cachés.

Cette indépendance ne diminue en rien le rôle de la tradition "objectale", bien au contraire. Si la tradition conceptuelle nous indique avec précision les composantes temporelles et humaines de la tradition "objectale", celle-ci, pour être établie, exigerait que fussent entrepris des travaux qui permettent de comprendre la formation de la communauté des savants, les modes de leur apprentissage, le choix du développement et ses rythmes, etc. ; c'est-à-dire tous les éléments matériels et sociaux qui ont installé le cadre de la tradition conceptuelle, et qui sont susceptibles d'éclairer ses rythmes, sa diffusion..., mais nullement les systèmes de concepts et les preuves de leur validité. Sans aucun doute, le choix des investissements et les affectations de ressources, la formation des savants et la multiplicité des compétences, la stratification de leur communauté, les idéologies sociales aussi bien que les idéologies scientifiques, entre bien d'autres facteurs, peuvent expliquer les controverses lorsque les faits ne sont pas parfaitement établis ni les preuves rigoureusement menées ; ils éclairent également les conflits d'interprétation qui accompagnent presque toujours le passage à l'application, l'avancement inégal de différentes disciplines, etc., sans pour

dans les autres. Ces discontinuités sont parfois appelées "révolutions" et désignent le passage d'une théorie à l'autre : de la mécanique de Galilée et de Newton à la Relativité restreinte ; de celle-ci, de l'électrodynamique et de la thermodynamique continuiste à la théorie des *quanta*. Il s'agit de l'émergence des nouvelles formes de la même science, qui chaque fois redéfinissent son objet, sans toutefois le remplacer par un autre différent, comme c'était le cas pour la connaissance proto-scientifique. Dans cette succession discontinue des formes, l'ancienne se présente comme un cas approché de la nouvelle, mais exprimable dans la langue de celle-ci. C'est pour ainsi dire le nouveau qui donne la raison, les conditions de validité de l'ancien : celui-là inclut celui-ci, comme un cas approché. L'émergence des nouvelles formes n'annule plus les anciennes : elle les rectifie et les intègre. Dans ces conditions, la notion de tradition conceptuelle se modifie profondément. La meilleure preuve en est le style de sa mort. Dans la pré-science, les traditions conceptuelles meurent assassinées ; là, elles meurent de l'épuisement de leurs propres possibilités. Cette différence, à mes yeux capitale, manifeste, semble-t-il, que les questions et les problèmes qui ont présidé à leur naissance sont internes à la science ; ou, que, tout au moins, on a pu leur faire épouser complètement son langage. Aussi chaque tradition peut-elle parler la langue de l'autre, et toutes peuvent être traduites dans la langue de lointains successeurs. On peut traduire la langue de la tradition alhazenienne en optique dans celle de la tradition newtonienne, ce qui est impossible pour l'optique euclidienne. Et on peut traduire la langue des deux premières traditions dans celle de Fresnel plus tard, etc. Cette traduction n'est pas seulement dans la diachronie de la science victorieuse, mais elle vaut également dans la synchronie. Évoquons à ce propos l'exemple de deux traditions contemporaines rivales : celle du calcul des fluxions engagée par Newton, et celle du calcul différentiel fondée par Leibniz. Malgré la célèbre controverse et ce qui sépare les styles – le premier est

expérimentalement, excluant ainsi toutes les qualités sensibles autres que celle de la résistance au mouvement. Cette rupture profonde ne s'est pas consommée avec la doctrine aristotélicienne au même titre qu'avec celle de l'*impetus*, celles des calculateurs d'Oxford et de Paris, ou les modèles d'un al-Qūhī et d'un Tartaglia.

Cette diversité des rapports avec la science future impose à l'épistémologue non seulement de différencier entre les traditions conceptuelles des différents savoirs proto-scientifiques, mais bien plus, elle lui donne les moyens de les ordonner et de les hiérarchiser. Or, c'est cette possibilité qui est l'apanage des œuvres de proto-science, comparées aux autres œuvres culturelles qui s'offrent à l'historien. Autant dire que la science future dicte un principe d'ordre, une notion de distance, pour user d'une métaphore, qui aide à situer les savoirs proto-scientifiques. Mais ce privilège des œuvres de proto-science ne s'affirme pas aux dépens de l'historien : bien au contraire, il opère en sa faveur, car la distinction entre ces traditions conceptuelles lui permet de mieux repérer, dans un amas souvent informe, les traditions textuelles et techniques qui les sous-tendent ; il est ainsi en mesure de poser toutes les questions d'histoire sociale nécessaires pour comprendre leur formation, leur développement, et l'interaction des différents facteurs sociaux et idéologiques qui ont pu assurer la constance de leur formulation.

La rupture avec les doctrines de l'expérience vécue, et, du même coup, avec les critères de leur élaboration, a lieu grâce à une conception d'un objet qui renferme une norme opératoire et judicatoire. Non seulement le savoir produit est investi d'une puissance d'accumulation, mais il ne peut effectivement réaliser cette accumulation que grâce à une rectification constante de sa compréhension ; or c'est dans ces actes de rectification qu'apparaissent de nouvelles formes. C'est pourquoi dans la connaissance scientifique, si l'on ne pense que par concepts tout faits, on peut dire que continuités et discontinuités sont inscrites les unes

relations mathématiques à l'entremise d'une tierce discipline, dominée par la connaissance mathématique ou considérée comme telle. Les correspondances analogiques entre les deux disciplines sont les moyens de mathématiser la doctrine de l'expérience même : c'est la méthode des modèles.

Les savoirs proto-scientifiques sont donc multiples, et, de plus, ils ne se valent pas : leurs visées, leurs pouvoirs explicatifs, leurs contrôles syntactiques et techniques diffèrent, même si tous ont pour point de départ l'une des doctrines de l'expérience vécue, soumise aux critères précédemment exposés. Ces savoirs ne peuvent donc avoir les mêmes rapports avec la science future. Il est vrai, on l'a souvent affirmé, que celle-ci se fait contre ceux-là, en brisant avec eux ; mais cette rupture n'a pas dans tous les cas la même portée. Même si elle s'opère toujours, au plus profond, contre ladite doctrine de l'expérience vécue et les critères de son fonctionnement, ses voies ne cessent ensuite de diverger. Ainsi, l'optique géométrique d'Ibn al-Haytham, si elle a rompu avec toutes les doctrines de ses prédécesseurs, c'est dans la mesure où il a séparé les conditions de la propagation de la lumière de celles de la vision, pour ne considérer dans le premier cas que des entités matérielles – "les plus petites parties de lumière" –, qui ne conservent plus que des propriétés que l'on peut contrôler géométriquement et expérimentalement, abandonnant ainsi toutes les qualités sensibles autres qu'énergétiques. Cette rupture profonde, puisqu'elle a permis d'introduire une nouvelle catégorie de la preuve en optique et plus généralement en physique – la preuve expérimentale – ne s'est pas opérée sur le même mode avec la perspective d'Euclide et avec la doctrine de la vision d'Aristote. De même en mécanique : Galilée a pu, le premier, séparer à l'intérieur des doctrines du mouvement ce qui relève de la cinématique de ce qui relève de la dynamique, pour ne considérer que les relations entre les positions des entités matérielles dans le temps. Ces entités ne revêtent plus que les propriétés susceptibles d'être contrôlées géométriquement et

formée de propositions directement liées à l'expérience sensible du mouvement de déplacement, mais seulement à celles qui concernent la correspondance de "l'acte de ce qui est en puissance en tant que tel" avec les propositions relatives aux "natures déterminées" et à l'ordre cosmologique ; de même que la doctrine sociale de J.J. Rousseau ne concerne pas la pratique vécue du suffrage, mais lie une conception du pacte social à celle du suffrage comme déclaration de la volonté générale. C'est finalement grâce à cette médiatisation et à la transcendance qu'elle assure par rapport aux données que l'on introduit l'autre critère : la cohérence, que le philosophe veut sévère. Cette cohérence renvoie d'ailleurs en même temps à la consistance logique et à l'action architechtonique.

À cette médiatisation et à cette recherche de la consistance logique et de la perfection architechtonique, il faudrait ajouter un dernier critère, en respect duquel cette doctrine de l'expérience vécue peut progresser : les amendements successifs, destinés à épuiser les données d'une expérience particulière dans un exposé toujours plus cohérent : que l'on pense aux amendements des tenants de l'*impetus* pour la doctrine aristotélicienne du mouvement. En bref, médiatisation, transcendance, consistance logique et action architechtonique, progrès par amendements successifs, tels sont les critères du savoir produit par une phénoménologie pour encadrer les événements – la doctrine d'Aristote ou de J.J. Rousseau par exemple – ou par une confiscation, c'est-à-dire la restriction d'une phénoménologie initialement destinée à un autre univers que celui pour lequel l'explication est entreprise – la physique sociale ou le darwinisme social.

Un premier type d'application des mathématiques à cette doctrine de l'expérience consiste à vouloir substituer directement et complètement les relations mathématiques à ses notions : c'est l'exemple de l'optique d'Euclide, du marginalisme walrasien : dans ce cas, les mathématiques ne sont qu'un langage. Le second type d'application subordonne, en revanche, la substitution des

vécue : la vision directe ou la distribution des biens. Enfin les modèles d'un Tartaglia en balistique, d'un Condorcet en sciences sociales ou d'un Von Neumann en économie sont proto-scientifiques au titre d'une application indirecte des mathématiques, à l'aide des analogies avec une tierce discipline mathématisée ou considérée comme telle, à une doctrine de l'expérience vécue.

On voit bien que les savoirs proto-scientifiques non seulement sont multiples, mais, pour la plupart, liés à d'autres sciences, qui portent sur d'autres objets que les leurs. Deux conséquences s'imposent donc : les critères d'une œuvre de science diffèrent nécessairement de tous les critères de ces savoirs proto-scientifiques et, d'autre part, la notion de tradition éclate à la fois du point de vue de la diachronie et du point de vue de la synchronie. Commençons par examiner la question des critères, puisqu'ils interdisent de traiter l'objet de science non seulement comme celui d'une proto-science, ou pré-science, mais aussi comme l'objet de toute autre production culturelle. Nous avons vu que le savoir proto-scientifique est toujours lié à une expérience vécue, et donc particulière. Mais il ne faut cependant pas se tromper : la doctrine ou la philosophie élaborée ne se borne pas à exprimer d'une manière directe le contenu de cette expérience, et ne procède pas par la mise en correspondance brutale d'un concept et d'un événement, ou d'une proposition et d'un donné, mais bien d'une proposition et d'une autre proposition ; c'est-à-dire par la mise en correspondance de deux rapports de concepts. C'est en ce sens que l'on peut dire que les données de l'expérience vécue sont médiatisées. La tâche linguistique de systématisation, les dénominations que l'on rencontre toujours chez les auteurs de ces doctrines, sont l'instrument de cette médiatisation.

C'est dire que les données de l'expérience vécue ne constituent qu'un point de départ, et qu'il faut la médiatisation pour parvenir à la constitution de la doctrine. Rappelons à cet égard que la doctrine aristotélicienne du mouvement n'est nullement

l'essentiel au XVIIe siècle. Cette opposition permettrait par conséquent de distinguer une œuvre de science de toute autre qui prétend traiter du même objet. À y regarder de plus près, on ne tardera pas à accorder un fond de vérité à cette distinction, même si les rapports entre proto-scientifique et scientifique sont beaucoup plus variés et complexes, à la fois logiquement et historiquement. Commençons par soustraire en quelque sorte les mathématiques à cette opposition exclusive, et cela pour une raison contingente : rien de proto-mathématique ne nous est parvenu, et les seules pièces de proto-mathématiques appartiennent aux mathématiques : les indivisibles, les considérations sur la notion de limite au XVIIIe siècle, les doctrines objectives et subjectives de la probabilité avant la théorie axiomatique, etc. Dans les autres disciplines scientifiques, le terme "proto-scientifique" semble couvrir au moins quatre modes de savoir différents. Sont proto-scientifiques aussi bien la physique d'Aristote que le contractualisme social au XVIIIe siècle, le darwinisme social au siècle suivant, la physique sociale de Quételet, l'optique d'Euclide, le marginalisme d'un Jevons, d'un Walras ou d'un Pareto ; ainsi que le modèle balistique d'un Tartaglia, *l'homo suffragans* de Condorcet, *l'homo bernoullien* des économistes, etc.

Ces exemples révèlent de façon flagrante la variété des statuts de "proto-scientifique", puisque les réalités que ce terme désigne ne peuvent ni en droit ni en fait être confondues sous un même vocable. Ainsi, la physique aristotélicienne, comme le contractualisme social, sont proto-scientifiques, au sens d'une doctrine systématique, que l'on veut cohérente, de l'expérience vécue : celle du déplacement, ou celle du vote dans une assemblée. Le darwinisme social, aussi bien que la physique sociale, sont proto-scientifiques si l'on entend par là une science annexée à un domaine autre que celui de son origine. L'optique d'Euclide et les contributions marginalistes sont proto-scientifiques au sens d'un savoir "pur", produit par l'application en quelque sorte directe des mathématiques à des doctrines de l'expérience

Il n'est pas rare que, pour répondre à cette question, le philosophe invoque une conception de la certitude et de la preuve. Quoique parfaitement légitime, nous abandonnons ici cette voie qui pourrait paraître, à tort, dogmatique. Il est aussi fréquent que l'historien sollicite l'opinion du savant dont il s'occupe concernant des traits distinctifs d'une œuvre des sciences. Il peut alors avoir une réponse historique à cette question épistémique, alors qu'il n'obtient en fait qu'une réponse idéologique. Il arrive enfin que, confronté à cette question, l'historien des sciences réfléchi avance deux types de distinction de nature historique et épistémique. La première sépare deux modes de savoir : pour définir une œuvre de science, il la distingue d'une œuvre de proto-science. La seconde distinction, beaucoup moins forte, isole plusieurs formes d'une œuvre de science, et aide à comprendre cette marche cumulative, nécessaire et universelle, autant que les caractères propres à la science. L'exemple qu'on invoque le plus volontiers pour illustrer la première distinction est celui de Galilée en mécanique, quant à la seconde, il suffit de rappeler les nombreux exemples qui l'illustrent : celui de Lebesgue en théorie de l'intégration, de Kolmogorov en théorie des probabilités, etc. Il est clair que, l'une comme l'autre, ces deux distinctions sont destinées à rendre compte de l'émergence des nouvelles formes des œuvres de science ; mais, alors que la première est en quelque sorte "créationiste" et s'attache aux formes initiales absolument, la seconde est "transformationiste" et traite des nouvelles formes à partir des anciennes. Arrêtons-nous donc à la première distinction, dont l'importance est si capitale pour notre propos.

La distinction entre proto-scientifique et scientifique s'offre comme une distinction exclusive qui domine l'histoire des sciences tout entière. Cette opposition est toujours entendue comme historique et logique à la fois. Le proto- scientifique précéderait toujours logiquement et historiquement le scientifique ; et la rupture radicale entre les deux aurait été accomplie pour

lective, et par là-même en exprimer le sens. Cette démarche phénoménologique semble inévitable si l'on veut investir la tradition de son rôle ordonnateur : elle dégage l'enchaînement des travaux qui la tissent.

Ces deux termes, tradition "objectale" – dont la tradition textuelle est une partie – et tradition conceptuelle, semblent traduire concrètement la question de la place de l'histoire des sciences entre histoire sociale et épistémologie. Comme élément d'une tradition "objectale", l'œuvre de science est un produit matériel et culturel, un produit des hommes en un lieu et en un temps. Il incombe à l'historien, comme l'aurait conseillé K. Marx, de rechercher les conditions sociales et matérielles de cette production. Mais, en tant que partie de la tradition conceptuelle, cette œuvre appelle aussi une analyse de sa structure conceptuelle qui en dégage le sens, lequel permettra de délimiter la notion même de tradition. Certes, il se pourrait que cette traduction de notre question initiale l'appauvrisse, mais elle semble susceptible de nous protéger contre deux écueils : la réduction de l'histoire des sciences à une pure analyse épistémologique comme chez bien des éminents contemporains, ou, plus encore, à une philosophie de l'histoire comme chez A. Comte ; et, deuxième risque, son assimilation à l'histoire d'un quelconque domaine culturel, pratique courante chez les historiens. La difficulté demeure cependant entière si l'on ne précise pas davantage ce que l'on entend par une tradition conceptuelle à laquelle appartient une œuvre de science. Cette dernière question a-t-elle le même sens pour toutes les disciplines scientifiques ?

L'œuvre de science appartient-elle à une tradition conceptuelle, ou à plusieurs ? Ces questions, parmi bien d'autres, se posent immédiatement, et nous conduisent nécessairement à nous interroger sur cette notion d'œuvre de science, et à nous demander ce qui la distingue de toute autre production sociale des œuvres culturelles.

cation de l'électromagnétisme par le magnétisme pour opter pour le chemin inverse, Fresnel quand il a défendu contre la conception dominante la nécessité des vibrations transversales, c'est-à-dire perpendiculaires au rayon, pour ne prendre que quelques exemples anciens de la science française. Comme historien, l'historien des sciences ne peut donc faire l'économie de la reconstitution de cette tradition – ou de ces traditions – conceptuelle, c'est-à-dire de ce travail épistémologique.

D'autres obstacles ne manquent pas de se dresser sur ce parcours et qui trouvent leur origine, pour l'essentiel, dans une dialectique entre une multiplicité croissante et une stabilité fondamentale. Un résultat général s'impose à nous après l'étude de nombreuses traditions : une œuvre de science d'une certaine envergure ne pourrait être expliquée dans les termes d'une seule tradition conceptuelle, même pas celle à laquelle cette même œuvre a contribué le plus, et d'autre part, une tradition conceptuelle de quelque importance se distingue par une certaine stabilité, malgré la diversité des auteurs et des apports. Deux nécessités un peu paradoxales semblent dominer la marche de la tradition conceptuelle : épuiser toutes les possibilités logiques inscrites dans le type de rationalité instauré d'une part, réformer cette même rationalité et ses moyens pour rendre compte des nouveaux faits inexplicables dans le cadre de ceux-ci. Comme exemples, il suffit de réfléchir sur la tradition archimédienne en mathématiques infinitésimales, la tradition euclidienne en théorie des parallèles, etc. Mais à ces obstacles, il faut encore ajouter la question du "style" scientifique qui, derrière cette multiplicité, par delà la variété des formes et les transformations qui modèlent la tradition, la distingue et scelle son identité. Ce "style" ne reflète pas seulement la rationalité dominante, mais également des procédés rhétoriques d'exposition, tels que le langage utilisé, le symbolisme, les représentations graphiques, etc. Toute la difficulté est d'isoler ce "style", tâche indispensable pour pouvoir mettre en perspective une œuvre de science, individuelle ou col-

appartient. Plus grave encore, nous ne serions pas, à ce stade, en mesure de percevoir les clivages qui peuvent marquer l'œuvre d'un seul et même savant. Pour fixer ces remarques, considérons à titre d'exemple l'œuvre arithmétique de Fermat. P. Tannery et Ch. Henry ont reconstitué la tradition textuelle de cette œuvre ainsi que les réseaux des échanges qui se sont noués autour d'elle, et on pourrait encore affiner et multiplier les enquêtes sur le contexte social de l'œuvre. Mais reste encore à cerner la place de Fermat en arithmétique. S'agit-il de l'œuvre d'un algébriste, de la tradition de Viète par exemple, en théorie des nombres ? ou d'une œuvre qui appartiendrait plus tard à la géométrie algébrique, comme le soutient A. Weil ? ou simplement d'une première théorie arithmétique ?

Or j'ai pu montrer que l'œuvre de Fermat n'est pas d'un seul tenant, et qu'une liane de clivage la scinde en deux, autour des années 1640. Une partie de l'œuvre arithmétique appartient bien, en effet, à la tradition des algébristes, alors qu'une autre relève de l'analyse diophantienne entière.

Deux *matheseis,* et non plus une seule *mathesis,* sont bien nécessaires pour éclairer l'œuvre arithmétique de Fermat, deux traditions conceptuelles, dont l'une remonte, *via* Bachet de Méziriac, aux algébristes, tandis que l'autre, à la suite des travaux des mathématiciens comme al-Khāzin, repris dans le *Liber Quadratorum* de Fibonacci, renouvelle la théorie des nombres grâce à l'invention, pour la première fois, d'une méthode arithmétique de démonstration : la "descente infinie". Si donc on veut situer historiquement l'œuvre arithmétique de Fermat, il nous faut passer à un autre niveau d'analyse, et s'attacher cette fois à la reconstitution de la *tradition conceptuelle.* Le cas de Fermat est bien loin d'être rare. Il semble même être le cas le plus fréquent, notamment pour les savants qui ont pu modifier le cours de leur science : Descartes en géométrie algébrique par sa distinction séminale entre "courbes géométriques" et "courbes mécaniques", Ampère en physique quand il a renoncé à l'expli-

coupure arbitraire dans la totalité indéfiniment mobile de l'histoire vivante ? Que peut fonder l'unité d'une tradition alors que celle-ci évolue au cours du temps ? Pourquoi se constitue-t-elle et pourquoi cesse-t-elle ? et à quel régime pourrait obéir son existence ?

À ces questions, il n'y a, semble-t-il, aucune réponse *a priori*.

Avec la simple description, l'historien n'est pourtant qu'au début de son labeur. À peine s'est-il attelé à la tâche de reconstitution que l'illusion se dissipe : l'apparente simplicité s'évanouit, et toutes les données empiriques – noms, titres, etc. – s'avèrent impuissantes à délimiter une tradition en dominant toutes ses ramifications. Essayons de préciser cela, en décrivant les étapes marquantes dans un travail d'histoire des sciences. Au premier stade, il incombe à l'historien de restituer une œuvre de science – un théorème mathématique, un résultat physique, une observation astronomique, une expérience biochimique, etc. – dans sa matérialité : il doit examiner les inscriptions, les tablettes, les papyrus, les textes manuscrits, les textes imprimés ; il lui faut refaire les expériences, refaçonner les objets, si nécessaire ... Toutes ces démarches concourent à la reconstitution de la tradition textuelle, d'abord ; de la tradition technique ... ; en un mot, de la tradition "objectale". Sans être, dans bien des cas, indépendante du contenu même de l'œuvre de science, cette recherche requiert cependant des compétences autres que le savoir scientifique, celles qui relèvent des différentes disciplines historiques : archéologie, codicologie, paléographie, philologie, histoire des techniques, etc.

Ce niveau d'analyse est indispensable, mais il n'est pas suffisant : on est bien loin, dans cette reconstitution, d'avoir épuisé l'œuvre de science. Seuls nous sont connus son authenticité textuelle et technique, les réseaux au long desquels elle circule, le contexte social au sein duquel elle a été conçue et composée. Tous ces éléments, importants sans aucun doute, ne nous éclairent cependant pas sur sa place dans la science à laquelle elle

objet ou un instrument, nous donnerons pour l'heure à "tradition" le sens vague que l'on donne à ce terme, qui a l'avantage de ne point isoler l'œuvre de science de la communauté à laquelle appartient le savant qui la conçoit. Commençons par considérer cette notion de tradition.

Les historiens des sciences, quelle que soit leur obédience, accordent volontiers que l'une de leurs tâches essentielles est la reconstitution de ces traditions scientifiques. Mais les voies suivies pour parvenir à cette fin divergent et se ramifient. Et, de fait, une partie du débat méthodologique en histoire des sciences renvoie à cette diversité des conceptions de la tradition et de sa nature. À première vue, l'entreprise peut sembler aisée et presque immédiate : les traditions ne s'offrent-elles pas le plus souvent sous des noms, des titres, des institutions, des réseaux assurant l'échange des informations et des hommes entre des pôles, des centres, des lieux et des formes d'apprentissage ? Les traditions seraient alors immédiatement reconnaissables : on parlera de la tradition de la théorie des nombres euclidienne, du Wasan japonais, de la tradition de l'école algébrique italienne au XVIe siècle, de la physique quantique anglaise dans les années vingt ou des mathématiques bourbakistes. Certes, il y a quelques exceptions, mais elles confirment la règle ; je pense par exemple à la tradition – ou les traditions – alexandrine qui trouve son aboutissement dans l'œuvre de Diophante, et dont pourtant nous ignorons tout. Comment ne pas être tenté de décrire ces faits bien repérables : les hommes, les titres, les institutions ? Et de fait, c'est cette tendance qui domine une bonne partie des rédactions historiques, lesquelles se présentent sous divers noms : histoire des idées, histoire sociale des sciences, etc.

Il reste que, si l'on ne se satisfait pas d'une simple description empirique, le statut d'une tradition n'est ni facile à cerner, ni à établir.

Comment peut-on isoler une tradition, lui assigner un commencement et une fin, tracer ses frontières, sans procéder par une

leur rectification. Pour d'autres encore, historiens d'origine, les concepts et leur nature importent peu, et l'histoire des sciences serait l'histoire d'une production culturelle au même titre que celle de la peinture ou de la religion. Citons encore ceux pour qui ce serait une sorte de psychologie sociale des acteurs scientifiques, et ceux qui font de l'histoire des sciences une sociologie empirique, telle qu'elle s'est développée notamment aux Etats-Unis après la Seconde Guerre Mondiale : une sociologie des groupes, des laboratoires, des institutions. La liste n'est nullement close, et cette diversité va en s'amplifiant, non pas en raison d'une nécessité interne de la recherche en histoire des sciences, mais plutôt sous l'effet de l'importation successive des vues et des méthodes des disciplines sociales, et des modes qui s'y succèdent.

Cette multiplicité croissante a tout l'air d'une fuite en avant, qui épargnerait l'examen de la seconde partie de la question : quelle est la place de l'histoire des sciences entre épistémologie et histoire ? Or cette question, ainsi laissée dans l'ombre, nous force, bon gré mal gré, à nous prononcer sur l'objet de l'histoire des sciences. Toute la difficulté, et elle est considérable, est de pouvoir dire de quoi l'historien des sciences fait l'histoire, sans formuler un choix arbitraire, et sans imposer une méthodologie, empirique ou transcendantale. C'est pour éviter ces écueils qu'il m'a semblé opportun de partir, selon une formule célèbre, "des choses mêmes", c'est-à-dire des œuvres de science et des traditions dans lesquelles elles s'intègrent.

On nous accordera sans peine que toute œuvre de science appartient au moins à une tradition, souvent à plusieurs, qu'elles soient ou non de nous connues, et relativement à laquelle elle prend son sens. C'est dire qu'on ne comprendra rien aux créations individuelles, aussi révolutionnaires soient-elles, si on ne les enchâsse pas dans les traditions qui les ont vu naître. Si, par "œuvre de science", on entend un résultat établi selon les normes précises de la preuve et consigné dans un texte ou réalisé dans un

L'HISTOIRE DES SCIENCES ENTRE ÉPISTÉMOLOGIE ET HISTOIRE

Qu'est-ce que cette discipline, l'histoire des sciences, qui, tout au long de sa vie, et notamment à partir du XVIIIe siècle où elle a vu le jour comme activité indépendante, relève à la fois de l'épistémologie et de l'histoire ? Que l'on pense à Condorcet, aussi bien dans son *Esquisse* que dans ses *Éloges Académiques*, à Auguste Comte et au rôle de l'histoire des sciences dans le *Cours de Philosophie Positive* ; que l'on se rapproche de notre temps en évoquant par exemple J. Needham : l'histoire des sciences est-elle vraiment une discipline, et quelle est au juste sa place entre épistémologie et histoire ?

La première partie de la question – s'agit-il bien d'une discipline ? – se règle vite : telle qu'elle se présente aujourd'hui dans les écrits de ceux qui s'en réclament, l'histoire des sciences est un *domaine d'activité*, et nullement une discipline. Elle est en effet dépourvue du principe unificateur qui lui fournirait le pouvoir et les moyens d'exclure : un domaine d'activité n'exclut point, mais s'enfle indéfiniment par ajouts successifs ; c'est une rubrique désignée par une étiquette, et non une discipline caractérisée par une définition opératoire. Ainsi, en histoire des sciences, les différentes doctrines se juxtaposent, s'opposent à partir d'options dogmatiques et exclusives, voire de pétitions de principe. Selon certains – la grande majorité d'ailleurs – l'histoire des sciences se présente comme une histoire des idées au sens banal du terme, une histoire des mentalités ; pour d'autres, en revanche, beaucoup plus rigoureux et plus avertis, c'est celle des concepts scientifiques, de leur formation, leur développement et

les sciences mathématiques et la pensée philosophique. Il montre la mise en œuvre par les philosophes de démarches propres aux mathématiciens, qui, de leur côté, développent toute une «métamathématique» et une logique indépendante de l'ontologie et de l'épistémologie aristotéliciennes.

La troisième étude, «Probabilité conditionnelle et causalité», s'attache à un cas particulier d'élaboration conceptuelle à l'intérieur des mathématiques. Ce cas est cependant exemplaire et d'un intérêt historique général. Il s'agit de la présence, dans la réflexion même des mathématiciens, d'un thème et d'une terminologie philosophiques, ceux de la causalité, qui est en effet au cœur de la probabilité.

En offrant cet ouvrage en hommage à Roshdi Rashed, nous avons voulu aussi le présenter au lecteur tunisien et arabe. Nous avons préféré le faire sans nous poser en intermédiaire. La présentation se fera par lui-même, directement, et de la manière qu'il apprécie le mieux : par le travail et en cours de travail. Symétriquement à l'édition de ces études, se tiendra un colloque d'histoire des sciences et de la philosophie arabes dont les travaux lui seront dédiés.

Abdelwahab Bouhdiba
Président de l'Académie tunisienne
«Beït al-Hikma»

AVANT - PROPOS

Le présent ouvrage réunit trois textes du Professeur Roshdi Rashed et en propose une traduction en langue arabe. L'initiative en revient à ses amis qui, à l'Académie tunisienne des sciences, des lettres et des arts, *«Beït al-Hikma»* et à la Chaire Unesco de philosophie de l'Université de Tunis, ont eu le privilège, en de multiples occasions, de travailler avec lui. A ces trois études, s'ajoutent un entretien avec l'auteur et une recension de ses travaux.

La première étude, intitulée «L'histoire des sciences entre épistémologie et histoire» vaut comme manifeste philosophique et méthodologique. On peut y être frappé par la multiplicité des cas historiques évoqués ainsi que par l'allure générale des principes ou des conclusions énoncés. En fait, la totalité des renvois sont intérieurs aux travaux de R. Rashed et les cas évoqués valent comme base et fondement inductifs pour ses conclusions ou comme preuve de la fécondité de ses hypothèses et principes. A elle seule, cette étude est une introduction générale et profonde à tous les travaux de R. Rashed. Elle en dévoile l'étendue et la rigueur. Elle est aussi une manière d'«autobiographie intellectuelle» du philosophe historien des sciences : les moments de la recherche scientifique sont aussi les étapes d'une ascèse philosophique.

La deuxième étude porte sur la philosophie des mathématiques dans la période de «l'islam classique». L'auteur dresse ici une typologie des échanges et des effets mutuels entre

Au Professeur Roshdi RASHED

en hommage à sa contribution décisive
pour servir les sciences et la philosophie
arabes et islamiques

Pr. Abdelwahab BOUHDIBA
Président de l'Académie
tunisienne *"Beït al-Hikma"*

Pr. Fathi TRIKI
Titulaire de la Chaire
UNESCO de philosophie

En histoire des sciences: études philosophiques / Roshdi RASHED - Tunis : Académie tunisienne des sciences, des lettres et des arts *«Beït al-Hikma»* et Chaire UNESCO de philosophie 2005 (Tunis : Imprimerie Sogim), 268 p. 24 cm - Relié.

I.S.B.N: 9973-49-022-3

Il nous plait de remercier les Professeurs Mokdad Arfa Mensia, Marouan Ben Miled, Salah Mosbah et Hatem Zghal pour leurs participations à la réalisation de cet ouvrage.

II a été tiré de cet ouvrage 1000 exemplaires
dans sa première édition

Roshdi RASHED

EN HISTOIRE DES SCIENCES

études philosophiques

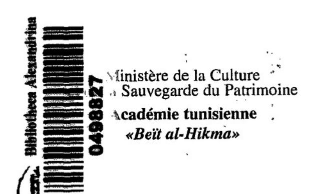
Ministère de la Culture
et de la Sauvegarde du Patrimoine
Académie tunisienne
«Beït al-Hikma»

Université de Tunis
Chaire UNESCO
de philosophie

Roshdi RASHED

EN HISTOIRE DES SCIENCES

études philosophiques



Ministère de la Culture
et Sauvegarde du Patrimoine

Académie tunisienne
«Beït al-Hikma»

Université de Tunis
Chaire UNESCO
de philosophie

I.S.B.N: 9973-49-022-3



Prix : 12,500 D.T